7.1

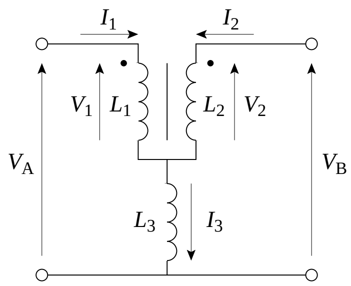


図 7.1a

変成器の関係式より

$$\begin{cases} V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \\ V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 \end{cases}$$

また，図 7.1a より

$$\begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ V_A = V_1 + j\omega L_3 I_3 \\ V_B = V_2 + j\omega L_3 I_3 \end{cases}$$

以上の関係式より，以下の関係式が得られる

$$\begin{cases} V_A = j\omega(L_1 + L_3)I_1 + j\omega(M + L_3)I_2 \\ V_B = j\omega(M + L_3)I_1 + j\omega(L_2 + L_3)I_2 \end{cases}$$

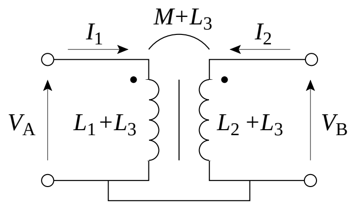


図 7.1b

したがって，右図の変成器等価回路は図 7.1b のように求まる

別解 変成器を T 形等価回路に置き換えると図 7.1c を得る.

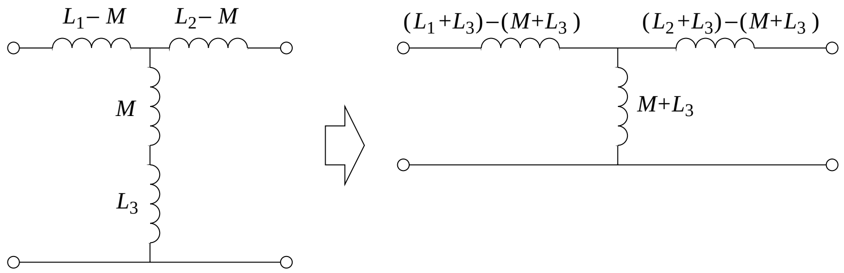


図 7.1c

図 7.1c より，T 形回路から変成器回路へ逆等価回路変換することで，図 7.1b の変成器等価回路が得られる.

7.2

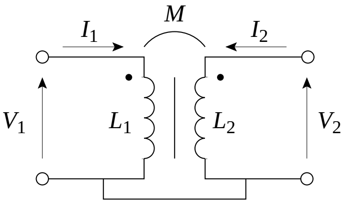


図 7.2a

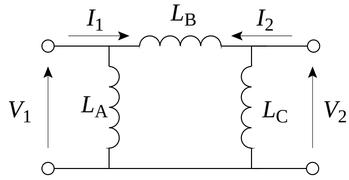


図 7.2b

2 次側を開放すると $(I_2 = 0)$

$$
\begin{aligned}
V_1 &= j\omega L_1 I_1 \\
V_2 &= j\omega M I_1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
V_1 &= \{j\omega L_A // j\omega(L_B + L_C)\} I_1 \\
&= \frac{(j\omega)^2 L_A(L_B + L_C)}{j\omega(L_A + L_B + L_C)} I_1 = j\omega \frac{L_A(L_B + L_C)}{L_A + L_B + L_C} I_1 \\
V_2 &= V_1 \frac{L_C}{L_B + L_C} = j\omega \frac{L_A L_C}{L_A + L_B + L_C} I_1
\end{aligned}
$$

上式の比較から

$$
\begin{aligned}
L_1 &= \frac{L_A(L_B + L_C)}{L_A + L_B + L_C} \qquad (1) \\
M &= \frac{L_A L_C}{L_A + L_B + L_C} \qquad (2)
\end{aligned}
$$

1 次側を開放すると $(I_1 = 0)$

$$
\begin{aligned}
V_1 &= j\omega M I_2 \\
V_2 &= j\omega L_2 I_2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
V_2 &= \{j\omega L_C // j\omega(L_A + L_B)\} I_2 \\
&= j\omega \frac{L_C(L_A + L_B)}{L_A + L_B + L_C} I_2 \\
V_1 &= V_2 \frac{L_A}{L_A + L_B} = j\omega \frac{L_C L_A}{L_A + L_B + L_C} I_2
\end{aligned}
$$

上式の比較から

$$
L_2 = \frac{L_C(L_A + L_B)}{L_A + L_B + L_C} \qquad (3)
$$

これらの結果から 式 (1)× 式 (3)− 式 $(2)^2$ を計算すると

$$
\begin{aligned}
L_1 L_2 - M^2 &= \frac{L_A(L_B + L_C)}{L_A + L_B + L_C} \cdot \frac{L_C(L_A + L_B)}{L_A + L_B + L_C} - \left(\frac{L_A L_C}{L_A + L_B + L_C}\right)^2 \\
&= \frac{L_A L_C(L_A L_B + L_B^2 + L_B L_C)}{(L_A + L_B + L_C)^2} \\
&= \frac{L_A L_C L_B(L_A + L_B + L_C)}{(L_A + L_B + L_C)^2} \\
&= \frac{L_A L_B L_C}{(L_A + L_B + L_C)} \qquad (4)
\end{aligned}
$$

また

$$
\begin{aligned}
L_1 - M &= \frac{L_A L_B}{(L_A + L_B + L_C)} \qquad (5) \\
L_2 - M &= \frac{L_B L_C}{(L_A + L_B + L_C)} \qquad (6)
\end{aligned}
$$

以上より,

式 (4)/式 (2) $\rightarrow L_B = \dfrac{L_1 L_2 - M^2}{M}$

式 (4)/式 (5) $\rightarrow L_C = \dfrac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 - M}$

式 (4)/式 (6) $\rightarrow L_A = \dfrac{L_1 L_2 - M^2}{L_2 - M}$

7.3

問題の回路図 7.3a を図 7.3d のように変換すると，図 7.3d より入力インピーダンス Z_i は

$$
\begin{aligned}
Z_i &= \left(\frac{1}{j\omega C_1}\right) // \left(j\omega(L_1+L_2-2M)+\frac{1}{j\omega C_2}\right) \\
&= \frac{\dfrac{L_1+L_2-2M}{C_1}-\dfrac{1}{\omega^2 C_1 C_2}}{j\omega(L_1+L_2-2M)+\dfrac{1}{j\omega}\left(\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}\right)} \\
&= \frac{j\left\{\omega^2 C_2(L_1+L_2-2M)-1\right\}}{-\omega^3 C_1 C_2(L_1+L_2-2M)+\omega(C_1+C_2)} \\
&= -j\frac{1-\omega^2 C_2(L_1+L_2-2M)}{\omega\left\{(C_1+C_2)-\omega^2 C_1 C_2(L_1+L_2-2M)\right\}}
\end{aligned}
$$

よって

$$X_i = -\frac{1-\omega^2 C_2(L_1+L_2-2M)}{\omega\left\{(C_1+C_2)-\omega^2 C_1 C_2(L_1+L_2-2M)\right\}}$$

- 直列共振 (X_i の分子 $=0$)

$$1-\omega_0^2 C_2(L_1+L_2-2M)=0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_2(L_1+L_2-2M)}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_2(L_1+L_2-2M)}}$$

- 並列共振 (X_i の分母 $=0$)

$$(C_1+C_2)-\omega_\infty^2 C_1 C_2(L_1+L_2-2M)$$

$$\omega_\infty = \frac{C_1+C_2}{\sqrt{C_1 C_2(L_1+L_2-2M)}}$$

$$f_\infty = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C_1+C_2}{C_1 C_2(L_1+L_2-2M)}}$$

リアクタンス線図は， $f_\infty > f_0$ より，図 7.3e のように書ける

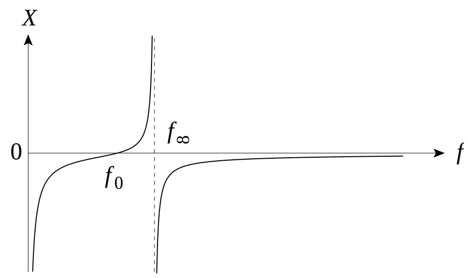


図 7.3e

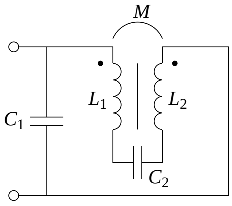


図 7.3a

C_2 は L_1，L_2 と直列なので，順序を入れ換える

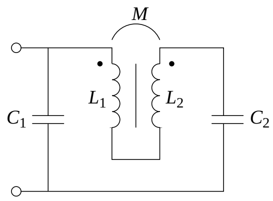


図 7.3b

変成器を T 形等価回路に

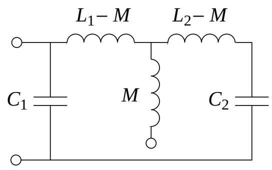


図 7.3c

コイル Mx には電流が流れない

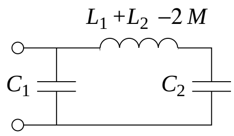
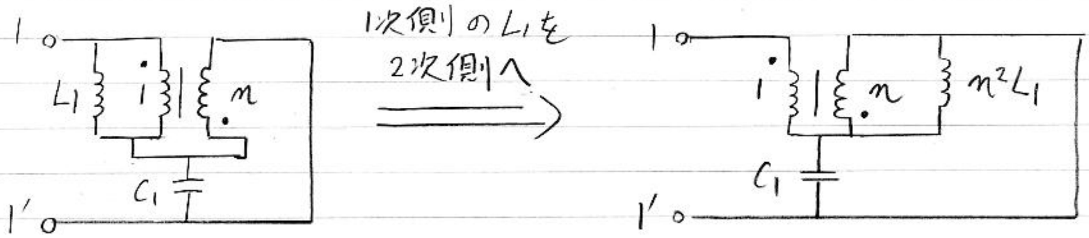
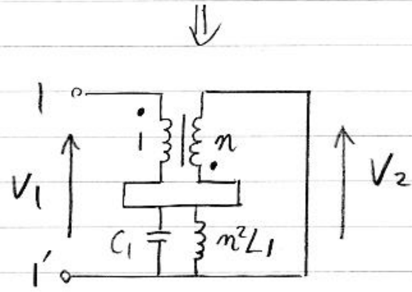


図 7.3d

7.4

図問7.4を以下のように変形する





教科書の例題7.3 (P118) の
図7.21に対する結果を用いると

$$\begin{cases} V_1 = -\dfrac{V_2}{n} - Z\left(n+2+\dfrac{1}{n}\right)I_2 \\ I_1 = -nI_2 \\ Z = \left\{ j\omega n^2 L_1 \,//\, \left(\dfrac{1}{j\omega C_1}\right) \right\} \end{cases}$$

また回路図より

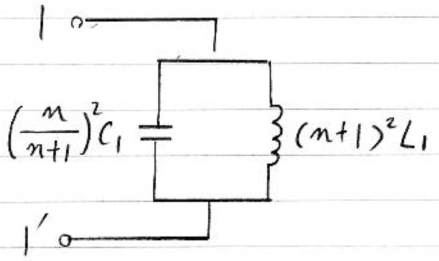
$$V_2 = 0$$

よって

$$Z_i = \frac{V_1}{I_1} = \frac{-Z\left(n+2+\frac{1}{n}\right)I_2}{-nI_2} = Z\cdot\frac{n^2+2n+1}{n^2} = \left(\frac{n+1}{n}\right)^2\cdot\left\{ j\omega n^2 L_1 \,//\, \frac{1}{j\omega C_1} \right\}$$

$$= \left\{ j\omega (n+1)^2 L_1 \,//\, \frac{1}{j\omega\left(\frac{n}{n+1}\right)^2 C_1} \right\}$$

したがって以下の等価回路が書ける



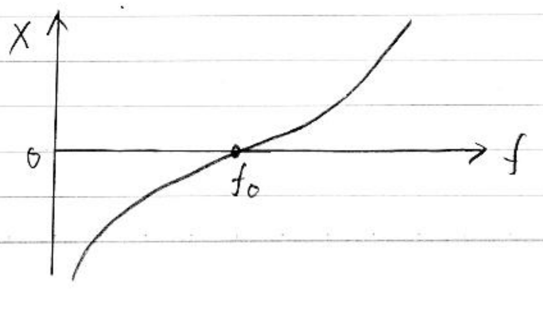
$$C_{eff} = \left(\frac{n}{n+1}\right)^2 C_1$$

$$L_{eff} = (n+1)^2 L_1$$

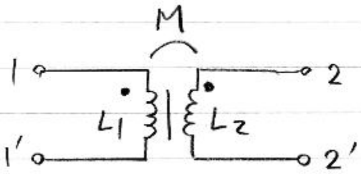
並列共振周波数は

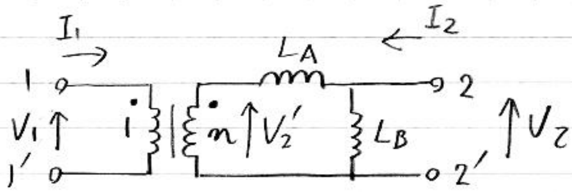
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{eff}C_{eff}}} = \frac{1}{2\pi n\sqrt{L_1C_1}}$$

リアクタンス線図



7.5





2次開放

$V_1 = j\omega L_1 I_1$ ⟷ 2次側を開放して，2次側素子を1次側に移すと

○ $V_1 = \dfrac{1}{n^2} \cdot j\omega(L_A + L_B) I_1 \longrightarrow \boxed{L_1 = \dfrac{1}{n^2}(L_A + L_B)}$

$V_2 = j\omega M I_1$

○ 2次側の電圧は，1次側の電圧から

$V_2' = n V_1$

このうち L_B にかかる電圧 V_2 は分圧の法則より

$$V_2 = \frac{L_B}{L_A + L_B}(nV_1)$$

$$= \frac{L_B}{L_A + L_B} \cdot n \cdot \frac{j\omega(L_A + L_B)}{n^2} I_1$$

$$V_2 = j\omega \frac{L_B}{n} I_1 \longrightarrow \boxed{M = \frac{L_B}{n}}$$

1次開放

$V_2 = j\omega L_2 I_2$ ⟷ 1次側を開放すると $V_2 = j\omega L_B I_2 \longrightarrow \boxed{L_2 = L_B}$

（1次側負荷（$Z_1 = \infty$）を2次側に移すと L_A と直列に無限大インピーダンスが入る）

以上を整理すると

$L_B = L_2$， $n = L_B / M = L_2 / M$， $L_A = n^2 L_1 - L_B$

$$= \frac{L_1 L_2^2}{M^2} - L_2$$

$$= \frac{L_2(L_1 L_2 - M^2)}{M^2}$$

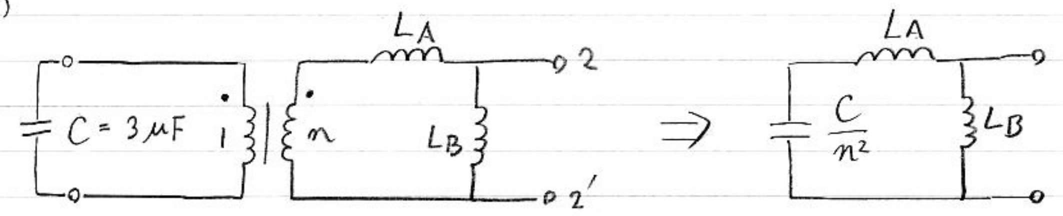
数値を代入すると

$L_B = L_2 = 4\,\mathrm{H}$

$$L_A = \frac{4(2 \times 4 - 2.5^2)}{(2.5)^2} = \frac{32 - 25}{25/4} = \frac{28}{25} = 1.12\ \mathrm{H}$$

$$n = \frac{L_2}{M} = \frac{4}{2.5} = 1.6$$

(ii)



1次側コンデンサを2次側に移すとインピーダンスは

$$\frac{1}{j\omega C} \longrightarrow n^2 \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j\omega (C/n^2)}$$

端子2-2'から見たインピーダンスは

$$Z_i = \frac{\left(j\omega L_A + \frac{n^2}{j\omega C}\right) \cdot j\omega L_B}{\left(j\omega L_A + \frac{n^2}{j\omega C}\right) + j\omega L_B} = \frac{j\omega L_B (n^2 - \omega^2 L_A C)}{n^2 - \omega^2 (L_A + L_B) C}$$

直列共振周波数（分子=0）

$$\omega_0 = \frac{n}{\sqrt{L_A C}} \longrightarrow f_0 = \frac{n}{2\pi\sqrt{L_A C}} = 139\ Hz$$

並列共振周波数（分母=0）

$$\omega_\infty = \frac{n}{\sqrt{(L_A + L_B) C}} \longrightarrow f_\infty = \frac{n}{2\pi\sqrt{(L_A + L_B) C}} = 65\ Hz$$