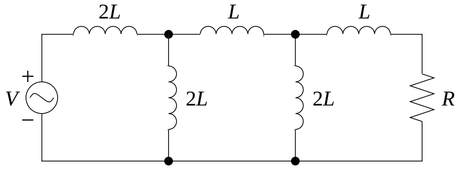
平成 22 年度電気回路 I 第 5 回 宿題

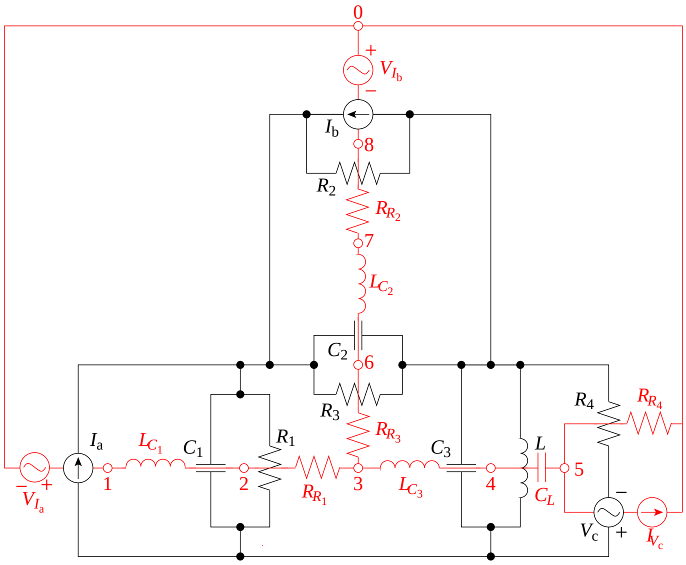
宿題

1. 第 4 回の宿題の回路の $R_0 = 10\ \Omega$ に関する逆回路を求め、閉路方程式を立てよ。
2. 以下の回路の抵抗 R に流れる電流を求めよ。ただし、$R = 20\ \Omega$, $L = \frac{1}{10\pi}$ H, $V = 20$ V, $f = 50$ Hz とする。

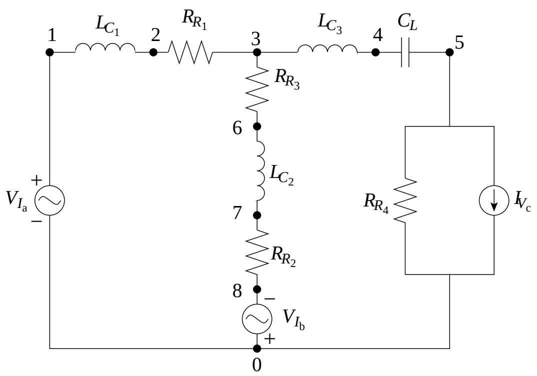


解答

1. 与えられた回路の各閉路に節点を 1 つ配置し，素子を通るように互いに線で結ぶと以下のようになる．



これを書き直すと，以下のように描ける



ここで，各素子の素子値は以下の通りである．

$$R_{R_1} = \frac{R_0^2}{R_1} = 20\ \Omega, \qquad R_{R_2} = \frac{R_0^2}{R_2} = 20\ \Omega$$

$$R_{R_3} = \frac{R_0^2}{R_3} = 10\ \Omega, \qquad R_{R_4} = \frac{R_0^2}{R_4} = 10\ \Omega$$

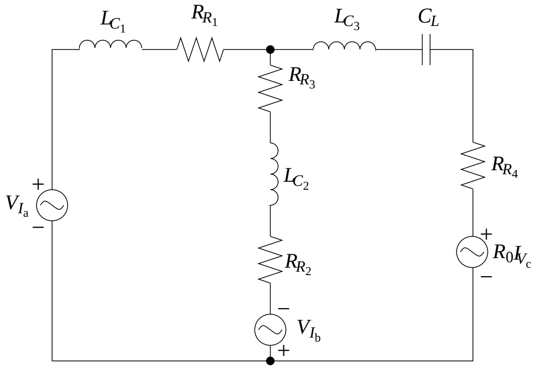
$$L_{C_1} = C_1 R_0^2 = \frac{1}{5\pi}\ \text{H}, \qquad L_{C_2} = C_2 R_0^2 = \frac{1}{5\pi}\ \text{H}$$

$$L_{C_3} = C_3 R_0^2 = \frac{2}{5\pi}\ \text{H}, \qquad C_L = \frac{L}{R_0^2} = \frac{1}{4\pi}\ \text{mF}$$

$$V_{I_a} = R_0 I_a = 10\ \text{V}, \qquad V_{I_b} = R_0 I_b = 25\ \text{V}$$

$$I_{V_c} = \frac{V_c}{R_0} = 1\ \text{A}$$

次に，閉路方程式を作るために，電流源をテブナンの定理を用いて電圧源に直すと，以下の回路を得る．



したがって，逆回路の閉路方程式は以下のように書ける．

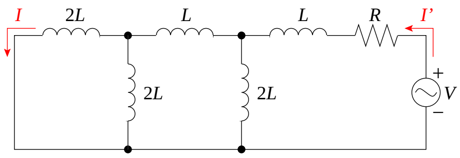
$$\begin{bmatrix} V_{I_a} + V_{I_b} \\ -V_{I_b} - R_0 I_{V_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{R_1} + R_{R_2} + R_{R_3} + j\omega\left(L_{C_1} + L_{C_2}\right) & -R_{R_2} - R_{R_3} - j\omega L_{C_1} \\ -R_{R_2} - R_{R_3} - j\omega L_{C_1} & R_{R_2} + R_{R_3} + R_{R_4} + j\omega\left(L_{C_2} + L_{C_3}\right) + \frac{1}{j\omega C_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

これに具体的な数値を代入すると

$$\begin{bmatrix} 35 \\ -35 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 + j40 & -30 - j20 \\ 30 - j20 & 40 + j20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

これは元の回路の閉路方程式と同様の形をしていることがわかる．

2. 相反定理を用いると，図のように電圧源を接続したときの抵抗 R に流れる電流を求めることは，抵抗 R と直列に電圧源を接続し図の電流 I を求めることと同じである．



図の回路で抵抗 R より左側の合成インピーダンスを求めると，左から順にインピーダンスを合成していくと $j\omega \cdot 2L$ となるので，電源から出る電流 I' は

$$I' = \frac{V}{R + j\omega \cdot 2L} = \frac{20}{20 + j20} = \frac{1}{1 + j} = \frac{1 - j}{2} \text{ A}$$

であるので，図の電流 I は，2 度の分岐でそれぞれ半分ずつに分かれるので

$$I = \frac{I'}{4} = \frac{1 - j}{8} \text{ A}$$

と求まる．したがって，これが問題の回路で抵抗に流れる電流になる．