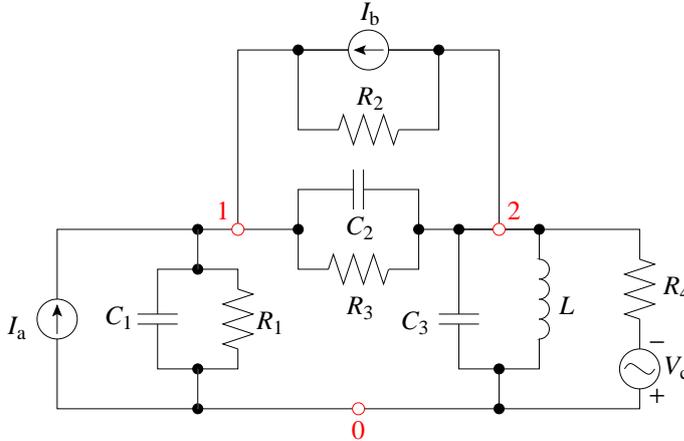


平成 22 年度電気回路 I 第 4 回 宿題

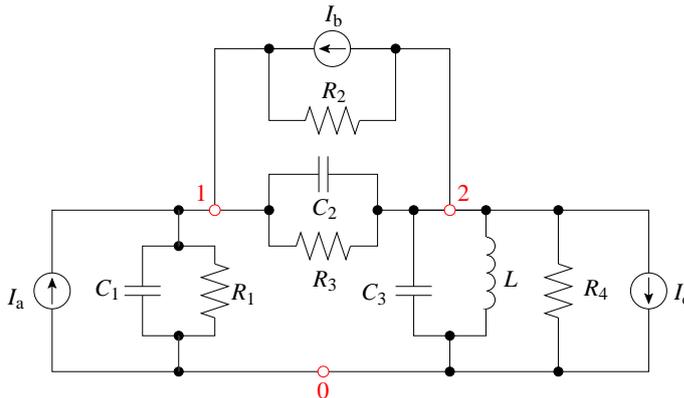
宿題

以下の回路の節点 1, 2 の電位を求めよ。ただし, 節点 0 の電位を 0 とし, $R_1 = R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = R_4 = 10 \Omega$, $C_1 = C_2 = \frac{2}{\pi} \text{ mF}$, $C_3 = \frac{4}{\pi} \text{ mF}$, $L = \frac{1}{40\pi} \text{ H}$, $I_a = 1 \text{ A}$, $I_b = 2.5 \text{ A}$, $V_c = 10 \text{ V}$, 電源の周波数 $f = 50 \text{ Hz}$ とする。



解答

電圧源 V_c と抵抗 R_4 からなる電源をノルトンの定理を用いて書き換えると以下の回路を得る。



ここで電流源 I_c の大きさは

$$I_c = \frac{V_c}{R_4} = 1 \text{ A}$$

上図のように設定された節点に対して節点方程式を立てると以下のように書ける。

$$\begin{bmatrix} I_a + I_b \\ -I_b - I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + j\omega(C_1 + C_2) & -\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} - j\omega C_2 \\ -\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} - j\omega C_2 & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + j\omega(C_2 + C_3) + \frac{1}{j\omega L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

上式に具体的な数値を代入すると

$$\begin{bmatrix} \frac{7}{2} \\ -\frac{7}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5+j4}{10} & -\frac{3+j2}{10} \\ -\frac{3+j2}{10} & \frac{4+j2}{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

と書ける。ここで, Cramer の公式を用いて連立一次方程式を解くために, まず閉路行列の行列式 Δ を求めると

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{5+j4}{10} & -\frac{3+j2}{10} \\ -\frac{3+j2}{10} & \frac{4+j2}{10} \end{vmatrix} = \frac{(5+j4)(4+j2)}{100} - \frac{(3+j2)^2}{100} = \frac{7+j14}{100} = \frac{7(1+j2)}{100}$$

であるので, 閉路電流 I_1, I_2 は以下のように求まる。

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{\begin{vmatrix} \frac{7}{2} & -\frac{3+j2}{10} \\ -\frac{7}{2} & \frac{4+j2}{10} \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{100}{7(1+j2)} \cdot \frac{7}{2} \left\{ \frac{4+j2}{10} - \frac{3+j2}{10} \right\} = \frac{50}{1+j2} \cdot \frac{1}{10} = \frac{5(1-j2)}{5} \\ &= 1 - j2 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{\begin{vmatrix} \frac{5+j4}{10} & \frac{7}{2} \\ -\frac{3+j2}{10} & -\frac{7}{2} \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{100}{7(1+j2)} \cdot \frac{7}{2} \left\{ \frac{-5-j4}{10} + \frac{3+j2}{10} \right\} = \frac{50}{1+j2} \cdot \frac{-2-j2}{10} = -\frac{10(1+j)(1-j2)}{5} \\ &= -6 + j2 \text{ V} \end{aligned}$$