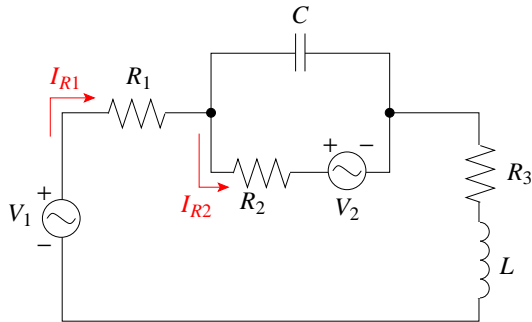


平成 22 年度電気回路 I 第 3 回 宿題

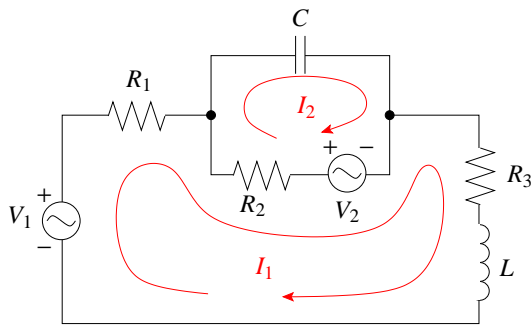
宿題

以下の回路の抵抗 R_1, R_2 に流れる電流 I_{R1}, I_{R2} を求めよ。ただし, $R_1 = R_2 = R_3 = 10 \Omega, L = \frac{1}{10\pi} \text{ H}, C = \frac{1}{\pi} \text{ mF}, V_1 = 120 \text{ V}, V_2 = 40 \text{ V}$, 電源の周波数 $f = 50 \text{ Hz}$ とする。



解答

下図のように閉路電流を設定して閉路方程式を立てると以下のように書ける。



$$\begin{bmatrix} V_1 - V_2 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 + R_3 + j\omega L & -R_2 \\ -R_2 & R_2 + \frac{1}{j\omega C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

上式に具体的な数値を代入すると

$$\begin{bmatrix} 80 \\ 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 + j10 & -10 \\ -10 & 10 - j10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

と書ける。ここで, Cramer の公式を用いて連立一次方程式を解くために, まず閉路行列の行列式 Δ を求めると

$$\Delta = \begin{vmatrix} 30 + j10 & -10 \\ -10 & 10 - j10 \end{vmatrix} = (30 + j10)(10 - j10) - (-10)^2 = 100(4 - j2) - 100 = 100(3 - j2)$$

であるので, 閉路電流 I_1, I_2 は以下のように求まる。

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 80 & -10 \\ 40 & 10 - j10 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{800 - j800 + 400}{100(3 - j2)} = \frac{12 - j8}{3 - j2} = \frac{4(3 - j2)}{3 - j2} = 4 \text{ A}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{\begin{vmatrix} 30 + j10 & 80 \\ -10 & 40 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{1200 + j400 + 800}{100(3 - j2)} = \frac{20 + j4}{3 - j2} = \frac{4(5 + j)}{3 - j2} = \frac{4(5 + j)(3 + j2)}{9 + 4} = \frac{4(13 + j13)}{13} \\ &= 4(1 + j) \text{ A} \end{aligned}$$

以上より抵抗 R_1, R_2 に流れる電流は以下のように求まる。

$$\begin{aligned} I_{R1} &= I_1 = 4 \text{ A} \\ I_{R2} &= I_1 - I_2 = -j4 \text{ A} \end{aligned}$$