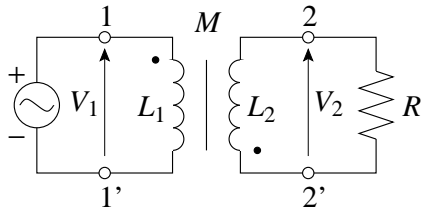


電気回路演習 第8回 (平成22年6月7日(月))

演習

1. 図に示す変成器を含む回路において、設問(a), (b)に答えなさい。なお、電源の角周波数を ω , 変成器の相互インダクタンスを M , 1次側, 2次側の自己インダクタンスをそれぞれ L_1, L_2 とする。



図

- (a) 1次側の電圧 V_1 と2次側の電圧 V_2 の比 V_1/V_2 を求めなさい。
 (b) 変成器が密結合変成器であるとして、 $V_1 = 100 \text{ V}$, $L_1 = 16 \text{ H}$, $L_2 = 4 \text{ H}$ のときの電圧 V_2 を求めなさい。

演習解答

1. (a) 1次側, 2次側の電流をそれぞれ I_1, I_2 とすると、 V_1, V_2 と I_1, I_2 の関係は変成器の基本式より

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 \quad (1)$$

$$V_2 = -j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 \quad (2)$$

また、 V_2 と I_2 は

$$V_2 = -R I_2 \quad (3)$$

なる関係がある。

式(3)を用いて、式(1),(2)の I_2 を消去すると

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + \frac{j\omega M}{R} V_2 \quad (4)$$

$$V_2 = -j\omega M I_1 - \frac{j\omega L_2}{R} V_2 \quad (5)$$

式(5)から I_1 を求めると

$$I_1 = -\frac{1}{j\omega M} \left(1 + \frac{j\omega L_2}{R} \right) V_2 \quad (6)$$

式(6)を式(4)に代入すると

$$V_1 = \left\{ -\frac{L_1}{M} \left(1 + \frac{j\omega L_2}{R} \right) + \frac{j\omega M}{R} \right\} V_2 = \left\{ -\frac{L_1}{M} - \frac{j\omega}{RM} (L_1 L_2 - M^2) \right\} V_2 \quad (7)$$

よって

$$\frac{V_1}{V_2} = -\frac{L_1}{M} - \frac{j\omega}{RM} (L_1 L_2 - M^2) \quad (8)$$

- (b) 密結合変成器 $\left(\frac{M^2}{L_1 L_2} = 1 \right)$ の場合、式(8)は

$$\frac{V_1}{V_2} = -\frac{L_1}{M} \quad (9)$$

となり、よって

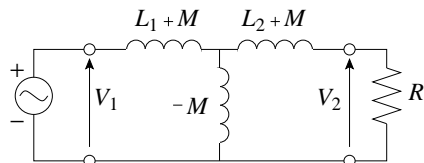
$$V_2 = -\frac{M}{L_1} V_1 = -\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} V_1 \quad (10)$$

式(10)に与えられた値を代入すると

$$V_2 = -\sqrt{\frac{4}{16}} \cdot 100 = -50 \text{ V} \quad (11)$$

演習 (a) の別解

図の回路の変成器を以下のように T 形等価回路に置き換える .



このとき , 電圧 V_2 は分圧の法則を利用して以下のように書ける .

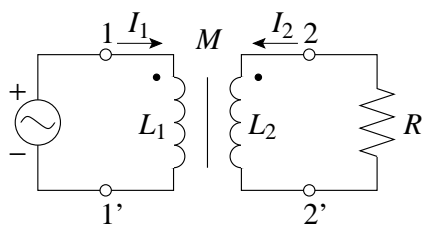
$$\begin{aligned}
 V_2 &= \frac{\frac{-j\omega M \cdot \{j\omega(L_2 + M) + R\}}{-j\omega M + \{j\omega(L_2 + M) + R\}}}{j\omega(L_1 + M) + \frac{-j\omega M \cdot \{j\omega(L_2 + M) + R\}}{-j\omega M + \{j\omega(L_2 + M) + R\}}} \cdot \frac{R}{j\omega(L_2 + M) + R} V_1 \\
 &= \frac{\frac{-j\omega M \cdot \{j\omega(L_2 + M) + R\}}{R + j\omega L_2}}{j\omega(L_1 + M) + \frac{-j\omega M \cdot \{j\omega(L_2 + M) + R\}}{R + j\omega L_2}} \cdot \frac{R}{j\omega(L_2 + M) + R} V_1 \\
 &= \frac{-j\omega M \cdot R}{j\omega(L_1 + M)(R + j\omega L_2) - j\omega M \cdot \{j\omega(L_2 + M) + R\}} V_1 \\
 &= \frac{-j\omega M \cdot R}{j\omega L_1 R - \omega^2(L_1 L_2 - M^2)} V_1
 \end{aligned}$$

よって , 求める電圧比 V_1/V_2 は以下のように求まる .

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{j\omega L_1 R - \omega^2(L_1 L_2 - M^2)}{-j\omega M \cdot R} = -\frac{L_1}{M} - \frac{j\omega}{RM}(L_1 L_2 - M^2)$$

小テスト

1. 図に示す変成器を含む回路において，設問 (a)，(b) に答えなさい．なお，電源の角周波数を ω ，変成器の相互インダクタンスを M ，1 次側，2 次側の自己インダクタンスをそれぞれ L_1 ， L_2 とする．



図

- (a) 1 次側の電流 I_1 と 2 次側の電流 I_2 の比 I_1/I_2 を求めなさい．
 (b) 変成器が密結合変成器であるとして， $I_2 = 2 \text{ A}$ ， $L_1 = 16 \text{ H}$ ， $L_2 = 4 \text{ H}$ ， $R = 1200 \Omega$ ， $\omega = 300 \text{ rad/s}$ のときの電流 I_1 を求めなさい．

小テスト解答

1. (a) 1 次側，2 次側の電圧をそれぞれ V_1 ， V_2 とすると， V_1 ， V_2 と I_1 ， I_2 の関係は変成器の基本式より

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \quad (1)$$

$$V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 \quad (2)$$

また， V_2 と I_2 には

$$V_2 = -R I_2 \quad (3)$$

なる関係がある．

式 (3) 式 (2) に代入すると

$$-(R + j\omega L_2) I_2 = j\omega M I_1 \quad (4)$$

よって

$$\frac{I_1}{I_2} = -\frac{R + j\omega L_2}{j\omega M} \quad (5)$$

- (b) 密結合変成器であるので

$$M = \sqrt{L_1 L_2} = \sqrt{64} = 8 \text{ H} \quad (6)$$

式 (5) より

$$I_1 = -\frac{R + j\omega L_2}{j\omega M} I_2 \quad (7)$$

式 (7) に与えられた値を代入すると

$$I_1 = -\frac{1200 + j300 \cdot 4}{j300 \cdot 8} \cdot 2 = -1 + j \text{ A} \quad (8)$$