電気回路演習 第11回 (平成20年6月25日(木))

演習

図1の回路において以下の設問に答えなさい．なお，電源の角周波数を ω とする．

(a) 端子 $1-1'$ より左側の回路をテブナン等価回路に置き換えたときの内部インピーダンス Z_0，開放電圧 V_f を求めなさい．

(b) 図1の負荷 Z_L として，図2に示す回路を接続したとする．このとき負荷抵抗 R_L での消費電力 P を最大にするための R_L，L_L の最適値 $R_{L,\mathrm{opt}}$，$L_{L,\mathrm{opt}}$ とそのときの消費電力 $P_{\max}$ を求めなさい．

(c) 図1の負荷 Z_L として，図3に示す回路を接続したとする．このとき負荷抵抗 R_L での消費電力 P を最大にするための R_L，L_L の最適値 $R_{L,\mathrm{opt}}$，$L_{L,\mathrm{opt}}$ を求めなさい．

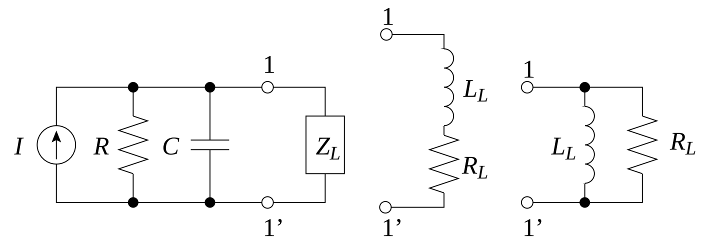
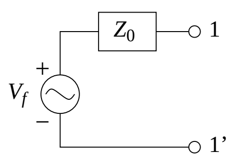


図1　図2　図3

演習解答

(a) テブナン等価回路



$$Z_0 = R_0 + jX_0 = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega CR} = \frac{R - j\omega CR^2}{1 + (\omega CR)^2}$$

$$V_f = \frac{R}{1 + j\omega CR} I = \frac{R - j\omega CR^2}{1 + (\omega CR)^2} I$$

ここで R_0，X_0 はそれぞれ Z_0 の抵抗成分とリアクタンス成分を表す．

(b) 最大電力伝送定理より共役整合条件を考えると

$$Z_{L,\mathrm{opt}} = Z_0^*$$

$$Z_{L,\mathrm{opt}} = R_{L,\mathrm{opt}} + j\omega L_{L,\mathrm{opt}}$$

$$Z_0^* = R_0 - jX_0 = \frac{R}{1 + (\omega CR)^2} + j\frac{\omega CR^2}{1 + (\omega CR)^2}$$

$$R_{L,\mathrm{opt}} = R_0 = \frac{R}{1 + (\omega CR)^2}, \qquad L_{L,\mathrm{opt}} = -\frac{X_0}{\omega} = \frac{CR^2}{1 + (\omega CR)^2}$$

$$P_{\max} = \frac{|V_f|^2}{4R_0} = \frac{\left|\frac{R}{1 + j\omega CR}\right|^2}{4 \cdot \frac{R}{1 + (\omega CR)^2}} |I|^2 = \frac{R}{4}|I|^2$$

(c) 図1の端子 $1-1'$ より左側の回路に対するノルトン等価回路を考えると，その内部アドミタンス Y_0 は

$$Y_0 = \frac{1}{R} + j\omega C$$

図3の回路のアドミタンス Y_L は

$$Y_L = \frac{1}{R_L} + \frac{1}{j\omega L_L}$$

最大電力伝送定理より共役整合条件を考えると

$$Y_{L,\mathrm{opt}} = Y_0^*$$

$$Y_{L,\mathrm{opt}} = G_{L,\mathrm{opt}} + jB_{L,\mathrm{opt}} = \frac{1}{R_{L,\mathrm{opt}}} + \frac{1}{j\omega L_{L,\mathrm{opt}}}$$

$$Y_0^* = \frac{1}{R} - j\omega C$$

$$R_{L,\mathrm{opt}} = R$$

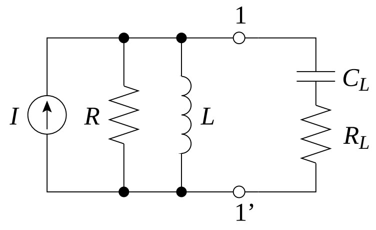
$$L_{L,\mathrm{opt}} = \frac{1}{\omega^2 C}$$

小テスト

図の回路において以下の設問に答えなさい．なお，電源の角周波数を ω とする．

(a) 端子 $1-1'$ より左側の回路をテブナン等価回路に置き換えたときの内部インピーダンス Z_0，開放電圧 V_f を求めなさい．

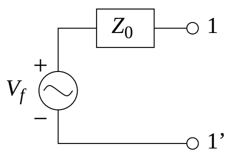
(b) 抵抗 R_L での消費電力 P を最大にするための R_L，C_L の最適値 $R_{L,\mathrm{opt}}$，$C_{L,\mathrm{opt}}$ とそのときの消費電力 $P_{\max}$ を求めなさい．



図

小テスト解答

(a) テブナン等価回路



$$Z_0 = R_0 + jX_0 = \frac{j\omega LR}{R + j\omega L} = \frac{(\omega L)^2 R + j\omega L R^2}{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$V_f = \frac{j\omega LR}{R + j\omega L} I = \frac{(\omega L)^2 R + j\omega L R^2}{R^2 + (\omega L)^2} I$$

ここで R_0，X_0 はそれぞれ Z_0 の抵抗成分とリアクタンス成分を表す．

(b) 最大電力伝送定理より共役整合条件を考えると

$$Z_{L,\mathrm{opt}} = Z_0^*$$

$$Z_{L,\mathrm{opt}} = R_{L,\mathrm{opt}} + \frac{1}{j\omega C_{L,\mathrm{opt}}}$$

$$Z_0^* = R_0 - jX_0 = \frac{(\omega L)^2 R}{R^2 + (\omega L)^2} - j\frac{\omega L R^2}{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$R_{L,\mathrm{opt}} = R_0 = \frac{(\omega L)^2 R}{R^2 + (\omega L)^2},$$

$$\frac{1}{j\omega C_{L,\mathrm{opt}}} = -jX_0 = -j\frac{\omega L R^2}{R^2 + (\omega L)^2} \qquad \rightarrow \qquad C_{L,\mathrm{opt}} = \frac{R^2 + (\omega L)^2}{\omega^2 L R^2}$$

$$|V_f|^2 = \left|\frac{j\omega LR}{R + j\omega L}\right|^2 |I|^2 = \frac{(\omega LR)^2}{R^2 + (\omega L)^2}|I|^2$$

$$P_{\max} = \frac{|V_f|^2}{4R_0} = \frac{\dfrac{(\omega LR)^2}{R^2 + (\omega L)^2}}{4 \cdot \dfrac{(\omega L)^2 R}{R^2 + (\omega L)^2}}|I|^2 = \frac{R}{4}|I|^2$$