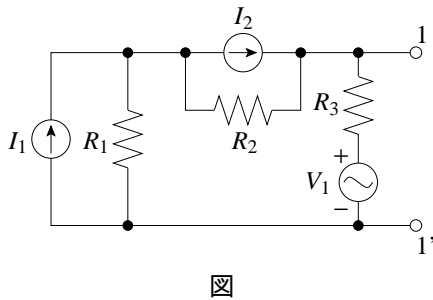


電気回路演習 第 10 回 (平成 20 年 6 月 22 日 (月))

演習

図に示す回路の端子 1 - 1' から見たテブナン等価回路, ノルトン等価回路を求めなさい.



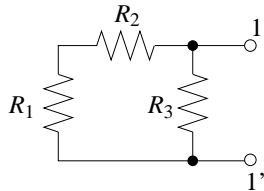
図

演習解答

● テブナン等価回路の導出

- 内部インピーダンス Z_0 の計算

電圧源を短絡し, 電流源を開放すると, 内部インピーダンス Z_0 は

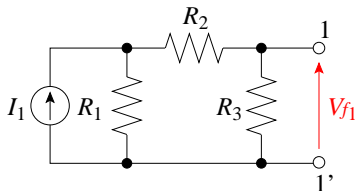


$$Z_0 = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

となる.

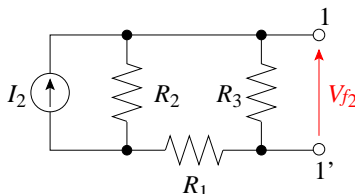
- 開放電圧 V_f の計算

* 電流源 I_1 だけを残し, その他の電圧源, 電流源を取り除いた場合の端子 1 - 1' の電圧 V_{f1} は



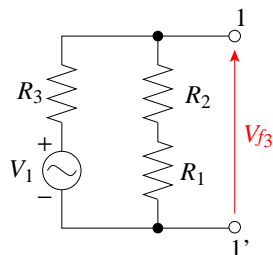
$$V_{f1} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} I_1$$

* 電流源 I_2 だけを残し, その他の電圧源, 電流源を取り除いた場合の端子 1 - 1' の電圧 V_{f2} は



$$V_{f2} = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} I_2$$

* 電圧源 V_1 だけを残し, その他の電流源を取り除いた場合の端子 1 - 1' の電圧 V_{f3} は

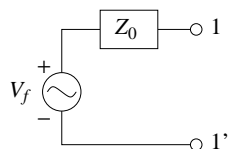


$$V_{f3} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3} V_1$$

よって開放電圧 V_f は重ね合わせの理を用いると

$$V_f = V_{f1} + V_{f2} + V_{f3} = \frac{R_1 R_3 I_1 + R_2 R_3 I_2 + (R_1 + R_2) V_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

以上よりテブナン等価回路は

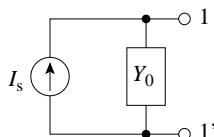


$$Z_0 = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$V_f = \frac{R_1 R_3 I_1 + R_2 R_3 I_2 + (R_1 + R_2)V_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

● ノルトン等価回路

上で求めたテブナン等価回路より



$$Y_0 = \frac{1}{Z_0} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{(R_1 + R_2)R_3}$$

$$I_s = Y_0 V_f = \frac{R_1 R_3 I_1 + R_2 R_3 I_2 + (R_1 + R_2)V_1}{(R_1 + R_2)R_3}$$

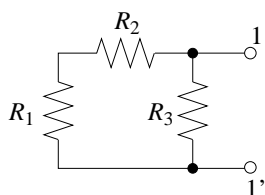
別解

最初にノルトン等価回路を求めてからテブナン等価回路を求めることもできる。

● ノルトン等価回路の導出

ー 内部アドミタンス Y_0 の計算

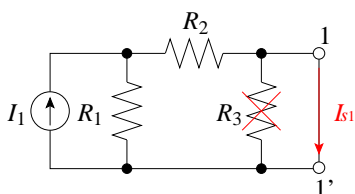
電圧源を短絡し，電流源を開放すると，内部インピーダンス Y_0 は



$$Y_0 = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{(R_1 + R_2)R_3}$$

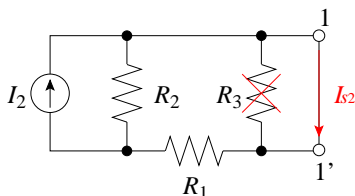
ー 短絡電流 I_s の計算

* 電流源 I_1 だけを残し，その他の電圧源，電流源を取り除き，端子 $1 - 1'$ を短絡したときに流れる電流 I_{s1} は



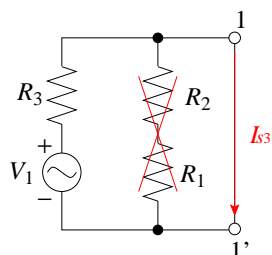
$$I_{s1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_1$$

* 電流源 I_2 だけを残し，その他の電圧源，電流源を取り除き，端子 $1 - 1'$ を短絡したときに流れる電流 I_{s2} は



$$I_{s2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_2$$

* 電圧源 V_1 だけを残し，その他の電流源を取り除き，端子 $1 - 1'$ を短絡したときに流れる電流 I_{s3} は

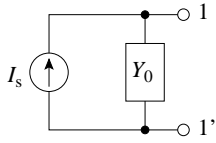


$$I_{s3} = \frac{V_1}{R_3}$$

よって短絡電流 I_s は重ね合わせの理を用いると

$$I_s = I_{s1} + I_{s2} + I_{s3} = \frac{R_1 I_1 + R_2 I_2}{R_1 + R_2} + \frac{V_1}{R_3}$$

以上よりノルトン等価回路は

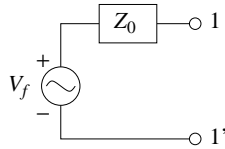


$$Y_0 = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$I_s = \frac{R_1 I_1 + R_2 I_2}{R_1 + R_2} + \frac{V_1}{R_3}$$

● テブナン等価回路

上で求めたノルトン等価回路より

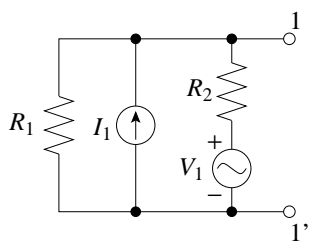


$$Z_0 = \frac{1}{Y_0} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$I_s = Z_0 I_s = \frac{R_3(R_1 I_1 + R_2 I_2) + (R_1 + R_2)V_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

小テスト

図に示す回路の端子 1 - 1' から見たテブナン等価回路，ノルトン等価回路を求めなさい。



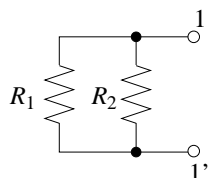
図

小テスト解答

● テブナン等価回路の導出

- 内部インピーダンス Z_0 の計算

電圧源を短絡し，電流源を開放すると，内部インピーダンス Z_0 は

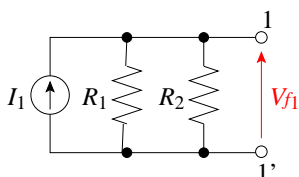


$$Z_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

となる。

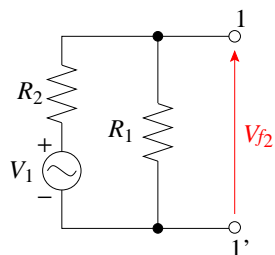
- 開放電圧 V_f の計算

* 電流源 I_1 だけを残し，電圧源 V_1 を取り除いた場合の端子 1 - 1' の電圧 V_{f1} は



$$V_{f1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_1$$

* 電圧源 V_1 だけを残し，電流源 I_1 を取り除いた場合の端子 1 - 1' の電圧 V_{f2} は

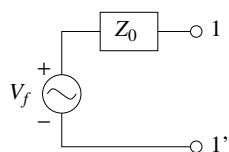


$$V_{f2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_1$$

よって開放電圧 V_f は重ね合わせの理を用いると

$$V_f = V_{f1} + V_{f2} = \frac{R_1(R_2 I_1 + V_1)}{R_1 + R_2}$$

以上よりテブナン等価回路は

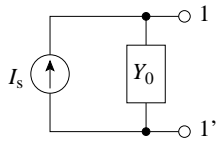


$$Z_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_f = \frac{R_1(R_2 I_1 + V_1)}{R_1 + R_2}$$

● ノルトン等価回路

上で求めたテブナン等価回路より

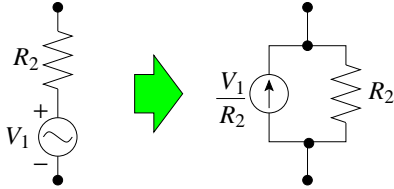


$$Y_0 = \frac{1}{Z_0} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

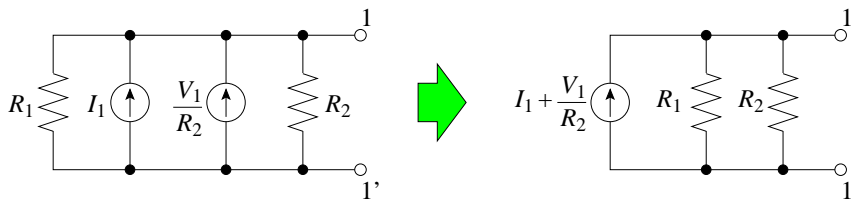
$$I_s = Y_0 V_f = I_1 + \frac{V_1}{R_2}$$

別解

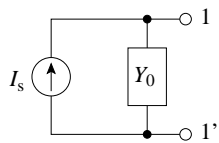
問題の回路の V_1, R_2 部分を, ノルトンの定理を使って以下のように置き換える



このとき, 問題の回路は以下のように書き換えられる



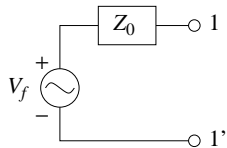
したがって, ノルトン等価回路は



$$Y_0 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$I_s = I_1 + \frac{V_1}{R_2}$$

と書ける. また, ノルトン等価回路からテブナン等価回路は



$$Z_0 = \frac{1}{Y_0} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$V_f = Z_0 I_s = \frac{R_1 (R_2 I_1 + V_1)}{R_1 + R_2}$$

と書ける.