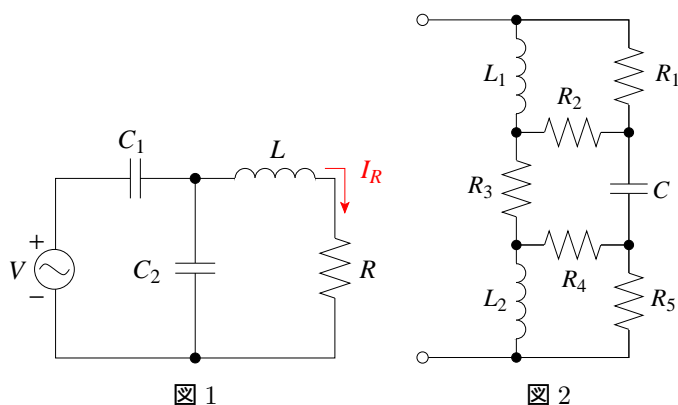


電気回路 I 第 5 回 宿題

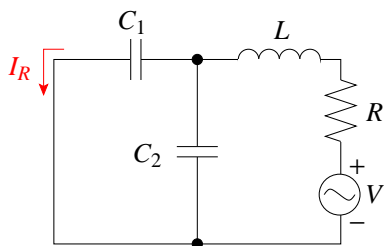
宿題

- 図 1 の回路において、抵抗に流れる電流 I_R を求めよ。ただし、 $R = 1 \Omega$ 、 $L = \frac{1}{50\pi} \text{ H}$ 、 $C_1 = C_2 = \frac{1}{200\pi} \text{ F}$ 、 $f = 50 \text{ Hz}$ 、 $V = 10 \text{ V}$ とする。
- 図 2 の回路の R_0 に関する逆回路を求めよ。ただし、 $R_0 = 1 \Omega$ 、 $R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = 1 \Omega$ 、 $R_3 = 2 \Omega$ 、 $L_1 = L_2 = \frac{1}{100\pi} \text{ H}$ 、 $C = \frac{1}{200\pi} \text{ F}$ 、 $f = 50 \text{ Hz}$ とする。
- (2) で求めた逆回路のインピーダンス Z_{ir} が図 1 の回路のインピーダンス Z_i と $Z_i \cdot Z_{ir} = R_0^2$ の関係にあることを確かめよ。



解答

- 相反定理を用いると、図 1 の回路で抵抗 R に流れる電流は、下図の回路のコンデンサ C_1 に流れる電流に等しい。



上の回路で電源より左を見たインピーダンス Z は、 C_1 と C_2 の並列の合成容量が $C = C_1 + C_2 = \frac{1}{100\pi} \text{ H}$ であることを考えると

$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = 1 + j2 - j = 1 + j \Omega$$

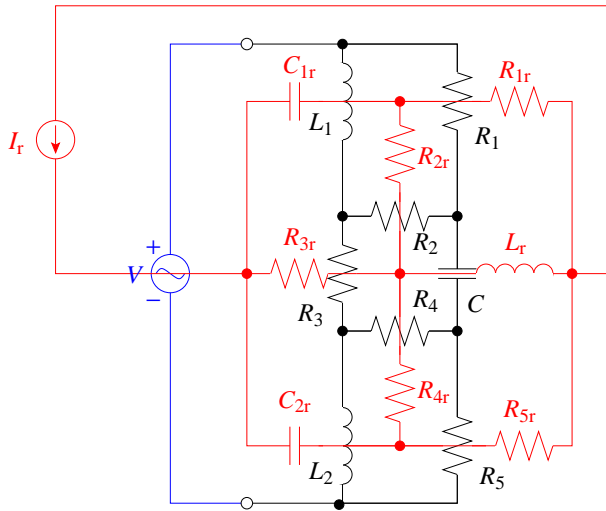
であり、電源から出る電流 I は

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{10}{1+j} = 5(1-j) \text{ A}$$

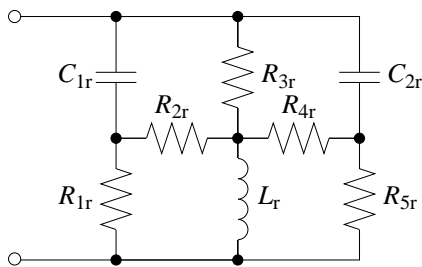
したがってコンデンサ C_1 に流れる電流 I_R は

$$I_R = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot I = \frac{I}{2} = \frac{5}{2}(1-j) \text{ A}$$

- 図 2 の回路の端子間に電圧源を仮定し、各閉路に一つずつ節点を置き、逆回路を求めると下図のようになる



電流源を取り除き、整理すると下図の逆回路を得る。

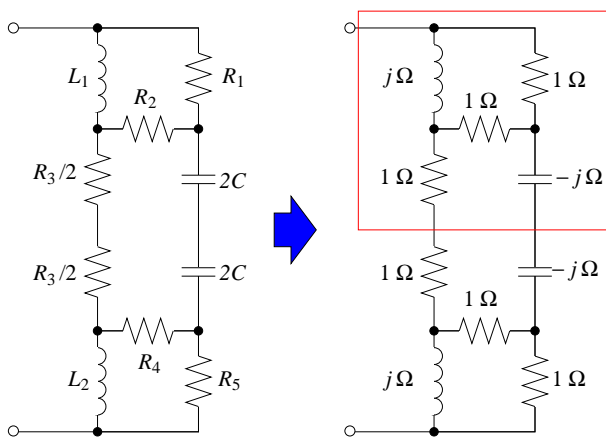


ここに、各回路素子の値は以下の通りである

$$R_{1r} = \frac{R_0^2}{R_1} = 1 \Omega, \quad R_{2r} = \frac{R_0^2}{R_2} = 1 \Omega, \quad R_{3r} = \frac{R_0^2}{R_3} = 0.5 \Omega, \quad R_{4r} = \frac{R_0^2}{R_4} = 1 \Omega,$$

$$R_{5r} = \frac{R_0^2}{R_5} = 1 \Omega, \quad C_{1r} = \frac{L_1}{R_0^2} = \frac{1}{100\pi} \text{ F}, \quad C_{2r} = \frac{L_2}{R_0^2} = \frac{1}{100\pi} \text{ F}, \quad L_r = CR_0^2 = \frac{1}{200\pi} \text{ H}$$

3. 図2の回路のインピーダンス Z_i は、具体的な素子値を考えたときに回路が上下に対称であることを利用して下図のように書き換える



このうち赤で囲った部分のインピーダンスを求めるには、

$$j\omega L_1 \cdot \frac{1}{j\omega(2C)} = R_1 \cdot \frac{R_3}{2}$$

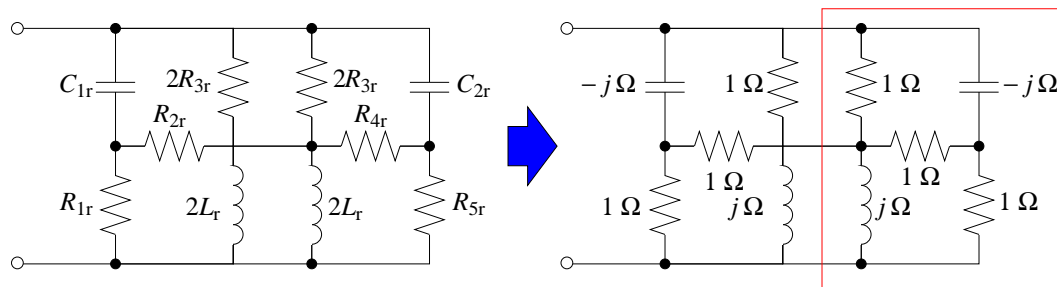
のブリッジ回路の条件を満たすことを考えると R_2 には電流が流れないので

$$Z' = \frac{(1+j)(1-j)}{(1+j) + (1-j)} = 1 \Omega$$

全体のインピーダンスはこの2倍になるので

$$Z_i = 2Z' = 2 \Omega$$

一方、逆回路も具体的な素子値を考慮すると回路が左右に対称であるので、下図のように書き換えることができる。



図の赤で囲った部分のインピーダンスは既に求めてあり 1Ω であるので、回路全体のインピーダンス Z_{ir} はこの半分の 0.5Ω となる。以上より

$$Z_i \cdot Z_{ir} = 2 \cdot 0.5 = 1 = R_0^2$$

であることが確かめられる。