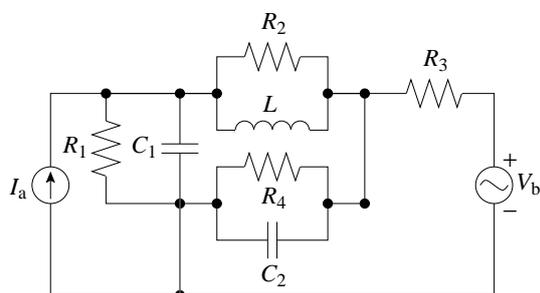


電気回路 II 第 4 回 宿題

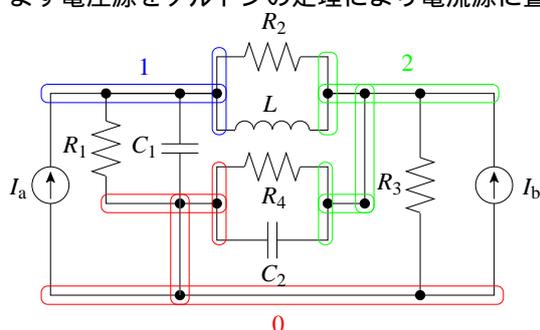
宿題

下図の回路において、節点を設定し、各節点電位を求めよ。ただし、 $R_1 = R_2 = R_3 = 2 \Omega$, $R_4 = 1 \Omega$, $L = \frac{1}{50\pi} \text{ H}$, $C_1 = \frac{1}{40\pi} \text{ F}$, $C_2 = \frac{3}{200\pi} \text{ F}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $I_a = 2 \text{ A}$, $V_b = 8 \text{ V}$ とする。



解答

まず電圧源をノルトンの定理により電流源に置き換えた後に、図のように節点を設定する。



このとき、 $I_b = V_b/R_3 = 4 \text{ A}$ であり、節点方程式は行列の形で以下のように書ける

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L} & -\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{j\omega L}\right) \\ -\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{j\omega L}\right) & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + j\omega C_2 + \frac{1}{j\omega L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

これに具体的な数値を代入すると

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+j2 & -\frac{1-j}{2} \\ -\frac{1-j}{2} & 2+j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

行列式 Δ は

$$\Delta = (1+j2)(2+j) - \left(-\frac{1-j}{2}\right)^2 = j5 + \frac{j2}{4} = j\frac{11}{2}$$

Cramer の公式より

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -\frac{1-j}{2} \\ 4 & 2+j \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{2(2+j) + 2(1-j)}{j\frac{11}{2}} = 6 \cdot \frac{-j2}{11} = -j\frac{12}{11} \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1+j2 & 2 \\ -\frac{1-j}{2} & 4 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{4(1+j2) + (1-j)}{j\frac{11}{2}} = (5+j7) \cdot \frac{-j2}{11} = \frac{14-j10}{11} \text{ V}$$