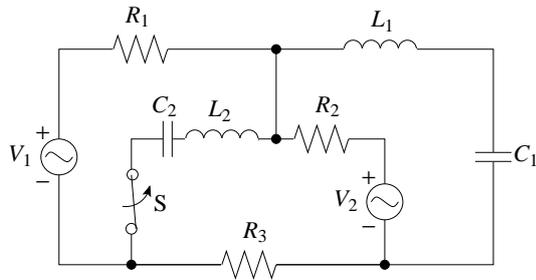


電気回路 II 第 3 回 宿題

宿題

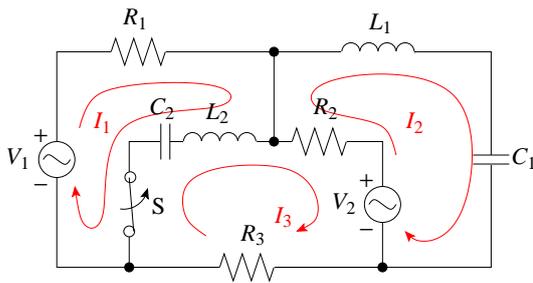
下図の回路を考え、以下の設問に答えよ。

1. スイッチ S が閉じた状態で各素子に流れる電流を調べるため、閉路方程式を行列の形で書け。
2. スイッチ S が開いた状態で各素子に流れる電流を調べるため、閉路方程式を行列の形で書け。また、 $R_1 = 2 \Omega$ 、 $R_2 = 10 \Omega$ 、 $R_3 = 8 \Omega$ 、 $L_1 = \frac{1}{10\pi} \text{ H}$ 、 $C_1 = \frac{1}{500\pi} \text{ F}$ 、 $f = 50 \text{ Hz}$ 、 $V_1 = 20 \text{ V}$ 、 $V_2 = 40 \text{ V}$ とするとき、抵抗 R_2 に流れる電流を求めよ。



解答

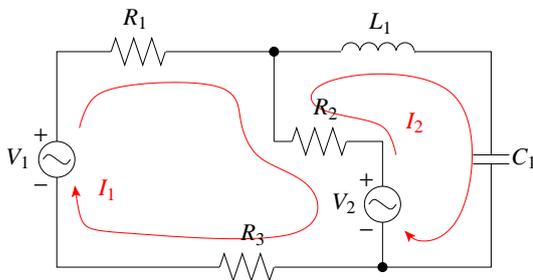
1. 図のように閉路電流を設定する



このとき、閉路行列は以下のように書ける

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ -V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) & 0 & -j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) \\ 0 & R_2 + j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right) & -R_2 \\ -j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) & -R_2 & R_2 + R_3 + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

2. 図のように閉路電流を設定する



このとき、閉路行列は以下のように書ける

$$\begin{bmatrix} V_1 - V_2 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & -R_2 \\ -R_2 & R_2 + j\left(\omega L_1 - \frac{1}{j\omega C_1}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

与えられている数値を代入すると

$$\begin{bmatrix} -20 \\ 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & -10 \\ -10 & 10 + j5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Cramer の公式を適用するためにまず行列式 Δ を求めると

$$\Delta = 20(10 + j5) - (-10)^2 = 200 + j100 - 100 = 100(1 + j)$$

閉路電流は

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{\begin{vmatrix} -20 & -10 \\ 40 & 10 + j5 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-20(10 + j5) - (-10) \cdot 40}{100(1 + j)} = \frac{200 - j100}{100(1 + j)} = \frac{2 - j}{1 + j} \\ &= \frac{(2 - j)(1 - j)}{(1 + j)(1 - j)} = \frac{1 - j3}{2} \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{\begin{vmatrix} 20 & -20 \\ -10 & 40 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{20 \cdot 40 - (-20) \cdot (-10)}{100(1 + j)} = \frac{600}{100(1 + j)} = \frac{6}{1 + j} \\ &= \frac{6(1 - j)}{(1 + j)(1 - j)} = 3(1 - j) \text{ A} \end{aligned}$$

したがって、抵抗 R_2 に流れる電流は、上から下に流れる向きを正とすると

$$I_{R_2} = I_1 - I_2 = \frac{1 - j3}{2} - \frac{6 - j6}{2} = \frac{-5 + j3}{2} \text{ A}$$