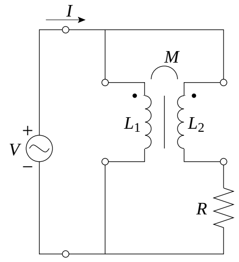
電気回路 II 第 1 回 宿題

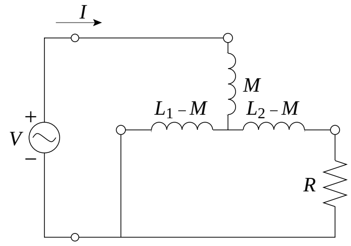
宿題

以下の回路に流れる電流 I を求めよ.



解答

変成器を T 形等価回路に置き換えると以下の回路を得る.



この回路のインピーダンス Z は

$$
\begin{aligned}
Z &= j\omega M + \{j\omega(L_1 - M)\} \,//\, \{R + j\omega(L_2 - M)\} = j\omega M + \frac{j\omega(L_1 - M)\{R + j\omega(L_2 - M)\}}{R + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)} \\
&= \frac{j\omega L_1 R - \omega^2(L_1 L_2 - M^2)}{R + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)}
\end{aligned}
$$

であるので，電流 I は

$$
\begin{aligned}
I = \frac{V}{Z} &= \frac{R + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)}{j\omega L_1 R - \omega^2(L_1 L_2 - M^2)} V \quad \text{(ここまででも良いことにした)} \\
&= \frac{\omega^2(L_1 - M)^2 R - j\omega\left\{L_1 R^2 + \omega^2(L_1 + L_2 - 2M)(L_1 L_2 - M^2)\right\}}{\omega^2 L_1^2 R^2 + \omega^4 (L_1 L_2 - M^2)^2} V
\end{aligned}
$$

別解

変成器の 1 次側，2 次側に流れる電流をそれぞれ I_1，I_2 として，変成器の基本式より，以下の関係式を得る.

$$
\begin{aligned}
V &= j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \\
V &= j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 + R I_2 \\
I &= I_1 + I_2
\end{aligned}
$$

第 3 式を $I_1 = I - I_2$ と変形して，第 1,2 式に代入すると

$$
\begin{aligned}
V &= j\omega L_1 I - j\omega(L_1 - M) I_2 \\
V &= j\omega M I + j\omega(L_2 - M) I_2 + R I_2
\end{aligned}
$$

この第 2 式を

$$
I_2 = \frac{j\omega L_1 I - V}{j\omega(L_1 - M)}
$$

と変形して，第 1 式に代入すると

$$
V = j\omega M I + \{R + j\omega(L_2 - M)\} \frac{j\omega L_1 I - V}{j\omega(L_1 - M)}
$$

上式の両辺に $j\omega(L_1 - M)$ をかけて

$$j\omega(L_1 - M)V = -\omega^2 M(L_1 - M)I + \{R + j\omega(L_2 - M)\} \cdot j\omega(L_1 I - V)$$

V に関する項を左辺に，I に関する項を右辺にまとめると

$$\{R + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)\}\, V = \left\{j\omega L_1 R - \omega^2(L_1 L_2 - M^2)\right\} I$$

以上より

$$I = \frac{R + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)}{j\omega L_1 R - \omega^2(L_1 L_2 - M^2)} V$$

となり，T 形等価回路を用いて求めた結果と一致する．