電気回路演習 II 第 6 回 (平成 20 年 5 月 23 日 (金))

演習

1. 図 1 に示す回路において以下の設問に答えなさい．なお，電源の角周波数を ω とする．

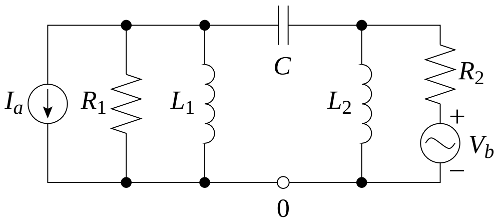


図 1

   (a) 節点方程式を立てるために必要な節点を回路図中に〇で示し，節点番号を付けなさい．ただし，すでに図中に示されている節点 0 を除く．

   (b) 節点 0 を基準とした節点方程式を立て，行列方程式の形で表しなさい．

   (c) $R_1 = R_2 = 1\ \Omega$，$C = \frac{1}{100\pi}$ F，$L_1 = \frac{1}{100\pi}$ H，$L_2 = \frac{1}{300\pi}$ H，$V_b = 4$ V，$I_a = -2$ A，$f = 50$ Hz とする．設問 (a) で設定した節点の電位を求めなさい．

2. 図 2 に示す回路において，以下の設問に答えなさい．なお，電源の角周波数を ω とする．

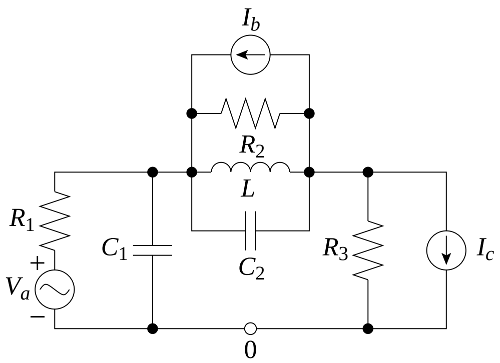


図 2

   (a) 節点方程式を立てるために必要な節点を回路図中に〇で示し，節点番号を付けなさい．ただし，すでに図中に示されている節点 0 を除く．

   (b) 節点 0 を基準とした節点方程式を立て，行列方程式の形で表しなさい．

演習解答

1. (a) ノルトンの定理を用いて電圧源を電流源に置き換え，節点 1,2 を図 1′ のように置く．

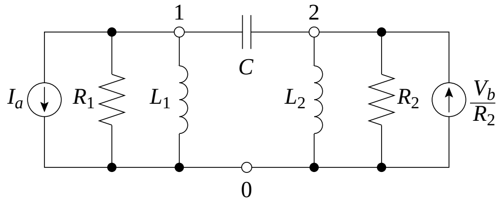


図 1′

   (b) 節点 1,2 の電位をそれぞれ V_1，V_2 とすると，図 1′ の回路に対する節点方程式は

$$\begin{bmatrix} -I_a \\ \dfrac{V_b}{R_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{j\omega L_1} + j\omega C & -j\omega C \\ -j\omega C & \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{j\omega L_2} + j\omega C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

(c) (b) で求めた式に与えられた値を代入すると

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1} + \frac{1}{j\frac{2\pi\cdot 50}{100\pi}} + j\frac{2\pi\cdot 50}{100\pi} & -j\frac{2\pi\cdot 50}{100\pi} \\ -j\frac{2\pi\cdot 50}{100\pi} & \frac{1}{1} + \frac{1}{j\frac{2\pi\cdot 50}{300\pi}} + j\frac{2\pi\cdot 50}{100\pi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & 1-j2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

(d) 行列式 Δ の値は

$$\Delta = 1 - j2 - (-j)^2 = 2(1-j)$$

(e) Cramer の公式を用いて

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -j \\ 4 & 1-j2 \end{vmatrix}}{2(1-j)} = \frac{2-j4-(-j)\cdot 4}{2(1-j)} = \frac{2}{2(1-j)} = \frac{1+j}{2}\ \mathrm{V}$$

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -j & 4 \end{vmatrix}}{2(1-j)} = \frac{4-(-j)\cdot 2}{2(1-j)} = \frac{2+j}{1-j} = \frac{1+j3}{2}\ \mathrm{V}$$

2. ノルトンの定理を用いて電圧源を電流源に置き換え，節点 1,2 を図 2′ のように置く．

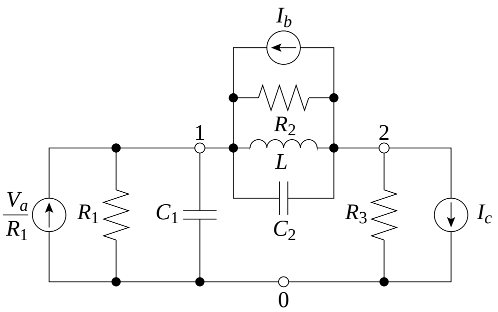
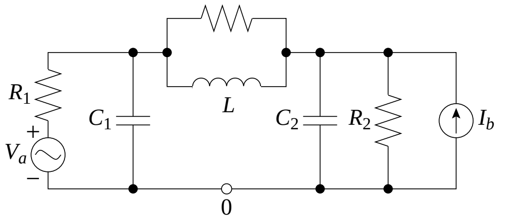


図 2′

$$\begin{bmatrix} \frac{V_a}{R_1} + I_b \\ -I_b - I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega(C_1 + C_2) & -\frac{1}{R_2} - \frac{1}{j\omega L} - j\omega C_2 \\ -\frac{1}{R_2} - \frac{1}{j\omega L} - j\omega C_2 & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

小テスト

図に示す回路において以下の設問に答えなさい．なお，電源の角周波数を ω とする．



図

(a) 節点方程式を立てるために必要な節点を回路図中に○で示し，節点番号を付けなさい．ただし，すでに図中に示されている節点 0 を除く．

(b) 節点 0 を基準とした節点方程式を立て，行列方程式の形で表しなさい．

(c) $R_1 = \frac{1}{4}\ \Omega$，$R_2 = \frac{1}{2}\ \Omega$，$R_3 = \frac{1}{2}\ \Omega$，$L = \frac{1}{200\pi}$ H，$C_1 = \frac{1}{50\pi}$ F，$C_2 = \frac{1}{50\pi}$ F，$V_a = 5$ V，$I_b = -20$ A，$f = 50$ Hz とする．設問 (a) で設定した節点の電位を求めなさい．

小テスト解答

(a) ノルトンの定理を用いて電圧源を電流源に置き換え，節点 1,2 を図 (a) のように置く．

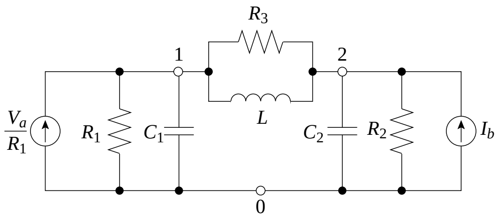


図 (a)

(b) 節点 1,2 の電位をそれぞれ V_1，V_2 とすると，図 (a) の回路に対する節点方程式は

$$\begin{bmatrix} \dfrac{V_a}{R_1} \\ I_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{j\omega L} + j\omega C_1 & -\dfrac{1}{R_3} - \dfrac{1}{j\omega L} \\ -\dfrac{1}{R_3} - \dfrac{1}{j\omega L} & \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{j\omega L} + j\omega C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

(c) (b) で求めた式に与えられた値を代入すると

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 20 \\ -20 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dfrac{1}{\frac{1}{4}} + \dfrac{1}{\frac{1}{2}} + \dfrac{1}{j\frac{2\pi\cdot 50}{200\pi}} + j\dfrac{2\pi\cdot 50}{50\pi} & -\dfrac{1}{\frac{1}{2}} - \dfrac{1}{j\frac{2\pi\cdot 50}{200\pi}} \\ -\dfrac{1}{\frac{1}{2}} - \dfrac{1}{j\frac{2\pi\cdot 50}{200\pi}} & \dfrac{1}{\frac{1}{2}} + \dfrac{1}{\frac{1}{2}} + \dfrac{1}{j\frac{2\pi\cdot 50}{200\pi}} + j\dfrac{2\pi\cdot 50}{50\pi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 6 & -2+j2 \\ -2+j2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

行列式 Δ の値は

$$\Delta = 24 - (-2+j2)^2 = 24 + j8 = 8(3+j)$$

Cramer の公式より V_1，V_2 は

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 20 & -2+j2 \\ -20 & 4 \end{vmatrix}}{8(3+j)} = \frac{80 - (-20)(-2+j2)}{8(3+j)} = \frac{40+j40}{8(3+j)} = \frac{40}{8}\cdot\frac{(1+j)(3-j)}{9+1} = 2 + j \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 20 \\ -2+j2 & -20 \end{vmatrix}}{8(3+j)} = \frac{-120-20(-2+j2)}{8(3+j)} = \frac{-80-j40}{8(3+j)} = \frac{-40}{8}\frac{(2+j)(3-j)}{9+1} = -\frac{7+j}{2}\ \mathrm{V}$$