電気回路演習 II 第 5 回 (平成 20 年 5 月 16 日 (金))

演習

1. 図 1 の回路に対して以下の問に答えなさい．なお，電源 V_1 と V_2 の角周波数を ω とする．

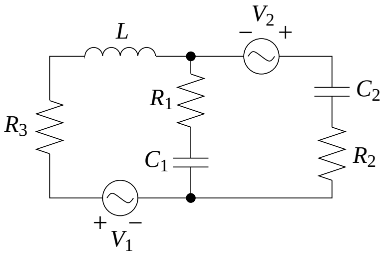


図 1

   (a) 図中に閉路電流を記入しなさい．

   (b) 閉路方程式を立て，行列の形で表しなさい．

   (c) $R_1 = 1\ \Omega$，$R_2 = 4\ \Omega$，$R_3 = 1\ \Omega$，$C_1 = \frac{1}{100\pi}$ F，$C_2 = \frac{1}{500\pi}$ F，$L = \frac{1}{100\pi}$ H，$V_1 = 5$ V，$V_2 = 10$ V，$f = 50$ Hz として，(b) で求めた式に数値を代入した式を示しなさい．

   (d) (c) で求めた閉路行列の行列式の値 Δ を求めなさい．

   (e) (c) で求めた方程式を Cramer の公式を用いて解き，閉路電流を求めなさい．

2. 図 2 に示す回路に対して図中に閉路電流を記入し，閉路方程式を立て，行列の形で表しなさい．

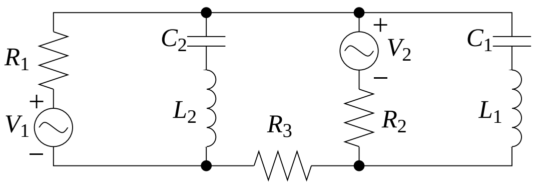
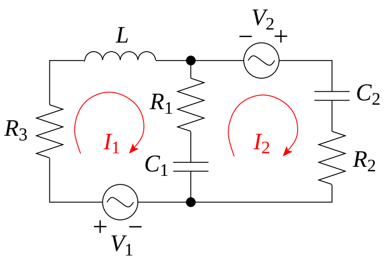


図 2

演習解答

1. (a)



   (b) I_1，I_2 のように閉路電流を考えると閉路方程式は

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C_1} & -R_1 - \frac{1}{j\omega C_1} \\ -R_1 - \frac{1}{j\omega C_1} & R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

   (c)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 + j2\pi\cdot 50 \cdot \frac{1}{100\pi} + \frac{1}{j2\pi\cdot 50\cdot\frac{1}{100\pi}} & -1 - \frac{1}{j2\pi\cdot 50\cdot\frac{1}{100\pi}} \\ -1 - \frac{1}{j2\pi\cdot 50\cdot\frac{1}{100\pi}} & 5 + \frac{1}{j2\pi\cdot 50}(100\pi + 500\pi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2 & -1+j \\ -1+j & 5-j6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(d)

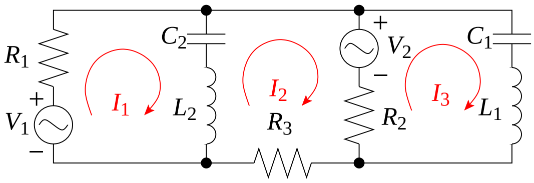
$$\Delta = 2(5-j6) - (-1+j)^2 = 10(1-j)$$

(e)

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -1+j \\ 10 & 5-j6 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{25 - j30 - 10(-1+j)}{10(1-j)} = \frac{35 - j40}{10(1-j)} = \frac{75 - j5}{20} = \frac{15 - j}{4} \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -1+j & 10 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{20 - 5(-1+j)}{10(1-j)} = \frac{25 - j5}{10(1-j)} = \frac{30 + j20}{20} = \frac{3 + j2}{2} \text{ A}$$

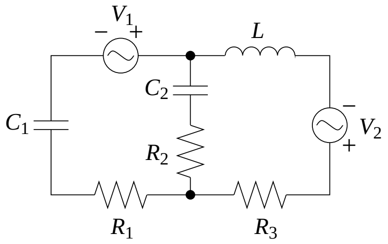
2.



$$\begin{bmatrix} V_1 \\ -V_2 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) & -j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) & 0 \\ -j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) & R_2 + R_3 + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) & -R_2 \\ 0 & -R_2 & R_2 + j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

小テスト

図に示す回路に対して以下の問に答えなさい．なお，電源の角周波数を ω とする．



(a) 図中に閉路電流を記入しなさい．

(b) 閉路方程式を立て，行列の形で表しなさい．

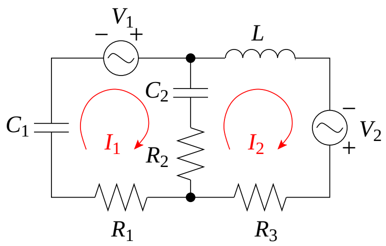
(c) $R_1 = 4\ \Omega$，$R_2 = 1\ \Omega$，$R_3 = 1\ \Omega$，$C_1 = \frac{1}{500\pi}$ F，$C_2 = \frac{1}{100\pi}$ F，$L = \frac{1}{100\pi}$ H，$V_1 = 10$ V，$V_2 = 5$ V，$f = 50$ Hz として，(b) で求めた式に数値を代入した式を示しなさい．

(d) (c) で求めた閉路行列の行列式の値 Δ を求めなさい．

(e) (c) で求めた方程式を Cramer の公式を用いて解き，閉路電流を求めなさい．

小テスト解答

(a)



(b) I_1，I_2 のように閉路電流を考えると閉路方程式は

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) & -R_2 - \frac{1}{j\omega C_2} \\ -R_2 - \frac{1}{j\omega C_2} & R_2 + R_3 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

(c)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 10 \\ 5x \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 5 + \frac{1}{j2\pi\cdot 50}(100\pi + 500\pi) & -1 - \frac{1}{j2\pi\cdot 50\cdot\frac{1}{100\pi}} \\ -1 - \frac{1}{j2\pi\cdot 50\cdot\frac{1}{100\pi}} & 2 + j2\pi\cdot 50\cdot\frac{1}{100\pi} + \frac{1}{j2\pi\cdot 50\cdot\frac{1}{100\pi}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 5 - j6 & -1 + j \\ -1 + j & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(d)

$$\Delta = 2(5 - j6) - (-1 + j)^2 = 10(1 - j)$$

(e)

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -1 + j \\ 5 & 2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{20 - 5(-1 + j)}{10(1 - j)} = \frac{25 - j5}{10(1 - j)} = \frac{3 + j2}{2}\ \text{A}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 - j6 & 10 \\ -1 + j & 5 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{5(5 - j6) - 10(-1 + j)}{10(1 - j)} = \frac{35 - j40}{10(1 - j)} = \frac{15 - j}{4} \text{ A}$$