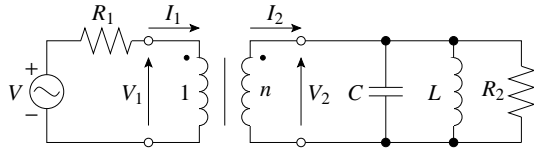


電気回路演習 II 第 4 回 (平成 20 年 5 月 9 日 (金))

演習

図に示す理想変成器を含む回路について以下の設問に答えなさい。なお、電源の角周波数を ω とする。

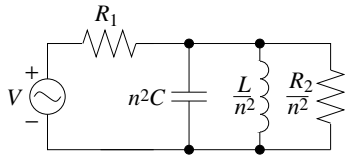


図

- インピーダンス変換を利用して、1 次側にまとめた回路を書きなさい。また、得られた回路のインピーダンス Z_1 を求めなさい。
- インピーダンス変換を利用して 2 次側にまとめた回路を書きなさい。また、得られた回路のインピーダンス Z_2 を求めなさい。
- $R_1 = 6 \Omega$, $R_2 = 16 \Omega$, $L = \frac{1}{40\pi} \text{ H}$, $C = \frac{1}{250\pi} \text{ F}$, $V = 10 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $n = 2$ として、 Z_1 , Z_2 の値を求めなさい。また、電流 I_1 , I_2 の値を求めなさい。
- 設問 (c) で求めたインピーダンス Z_1 , Z_2 ならびに電流 I_1 , I_2 から、インピーダンスの比 Z_2/Z_1 と電流の比 I_2/I_1 を求めなさい。また、それぞれの比の値は巻線比 n とどのような関係にあるか述べなさい。

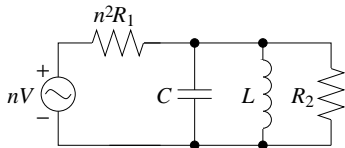
演習解答

(a)



$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega n^2 C + \frac{n^2}{j\omega L} + \frac{n^2}{R_2}} = R_1 + \frac{1}{n^2} \cdot \frac{j\omega L R_2}{(1 - \omega^2 LC)R_2 + j\omega L}$$

(b)



$$Z_2 = n^2 R_1 + \frac{1}{j\omega C + \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R_2}} = n^2 R_1 + \frac{j\omega L R_2}{(1 - \omega^2 LC)R_2 + j\omega L}$$

(c) 設問 (a) で求めた Z_1 に、与えられた値を代入する。まず初めに

$$1 - \omega^2 LC = 1 - \frac{(2\pi \cdot 50)^2}{40\pi \cdot 250\pi} = 0$$

よって、 Z_1 は

$$Z_1 = R_1 + \frac{R_2}{n^2} = 6 + \frac{16}{2^2} = 10 \Omega$$

設問 (b) で求めた Z_2 に対しても同様にして

$$Z_2 = n^2 R_1 + R_2 = 2^2 \cdot 6 + 16 = 40 \Omega$$

電流 I_1 は

$$I_1 = \frac{V}{Z_1} = \frac{10}{10} = 1 \text{ A}$$

電流 I_2 は

$$I_2 = \frac{nV}{Z_2} = \frac{2 \cdot 10}{40} = 0.5 \text{ A}$$

(d) インピーダンスの比は

$$\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{40}{10} = 4$$

であり、巻線比の 2 乗である。

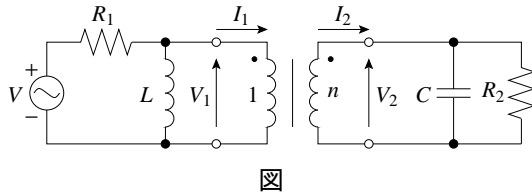
電流の比は

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{0.5}{1} = \frac{1}{2}$$

であり、巻線比の逆数である。

小テスト

図に示す理想変成器を含む回路について以下の設問に答えなさい。なお、電源の角周波数を ω とする。

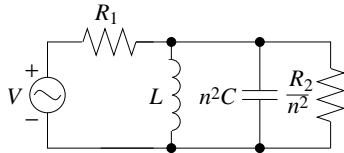


図

- (a) インピーダンス変換を利用して、1次側にまとめた回路を書きなさい。また、得られた回路のインピーダンス Z_1 を求めなさい。
- (b) インピーダンス変換を利用して2次側にまとめた回路を書きなさい。また、得られた回路のインピーダンス Z_2 を求めなさい。
- (c) $R_1 = 8 \Omega$, $R_2 = 18 \Omega$, $L = \frac{1}{100\pi}$ H, $C = \frac{1}{900\pi}$ F, $V = 30$ V, $f = 50$ Hz, $n = 3$ として、 Z_1 , Z_2 の値を求めなさい。また、電流 I_1 , I_2 の値を求めなさい。

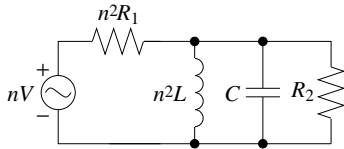
小テスト解答

(a)



$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{j\omega L} + j\omega n^2 C + \frac{n^2}{R_2}} = R_1 + \frac{j\omega L R_2}{(1 - \omega^2 n^2 L C) R_2 + j\omega n^2 L}$$

(b)



$$Z_2 = n^2 R_1 + \frac{1}{\frac{1}{j\omega n^2 L} + j\omega C + \frac{1}{R_2}} = n^2 R_1 + \frac{j\omega n^2 L R_2}{(1 - \omega^2 n^2 L C) R_2 + j\omega n^2 L}$$

(c) 設問 (a) で求めた Z_1 に、与えられた値を代入する。そこで、まず初めに

$$1 - \omega^2 n^2 L C = 1 - \frac{(2\pi \cdot 50)^2 \cdot 3^2}{100\pi \cdot 900\pi} = 0$$

よって、 Z_1 は

$$Z_1 = R_1 + \frac{R_2}{n^2} = 8 + \frac{18}{3^2} = 10 \Omega$$

設問 (b) で求めた Z_2 に対しても同様にして

$$Z_2 = n^2 R_1 + R_2 = 3^2 \cdot 8 + 18 = 90 \Omega$$

設問 (a) の回路で抵抗 R_1 に流れる電流 I_{R_1} は、

$$I_{R_1} = \frac{V}{Z_1} = \frac{30}{10} = 3 \text{ A}$$

であり、求める電流 I_1 分流の法則を用いて以下のように求まる。

$$I_1 = \frac{\frac{n^2}{R_2} + j\omega n^2 C}{\frac{n^2}{R_2} + j\omega n^2 C + \frac{1}{j\omega L}} I_{R_1} = \frac{\frac{1}{2} + j}{\frac{1}{2} + j - j} \cdot 3 = 3(1 + j2) \text{ A}$$

2次側の電流 I_2 は、1次側の電流と巻線比より以下のように求まる。

$$I_2 = \frac{I_1}{n} = 1 + j2 \text{ A}$$