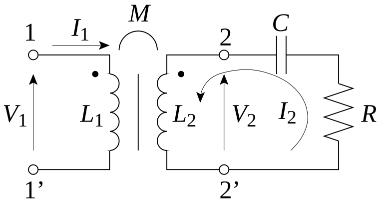
電気回路演習 II 第 3 回 (平成 20 年 4 月 25 日 (金))

演習

1. 図に示す変成器を含む回路において以下の設問に答えなさい.



図

   (a) 変成器の 1 次側にかかる電圧 V_1，2 次側にかかる電圧 V_2 をそれぞれ電流 I_1，I_2 を用いて表しなさい.

   (b) 抵抗 R，コンデンサ C の直列回路に，図中に示すような電流 I_2 が流れたとき，端子 2-2$'$ 間に生じる電圧 V_2 を R，C，I_2 を用いて表しなさい.

   (c) 設問 (a)，(b) の結果から， I_1 を用いて I_2 を表しなさい.

   (d) 設問 (a)〜(c) の結果から，端子 1-1$'$ から変成器を見たときのインピーダンス Z_1 を求めなさい.

2. (a) 図中の変成器を T 形等価回路に置き換えた回路を書きなさい.

   (b) 設問 (a) で書いた回路において，回路のインピーダンスを求めなさい.

演習解答

1. (a) $V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2$

   $V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2$

   (b) $V_2 = -\left(R + \dfrac{1}{j\omega C}\right) I_2$

   (c) 設問 (a) の V_2 と設問 (b) の結果から

$$-\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right) I_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2$$

   両辺に $j\omega C$ を乗じ，I_1 と I_2 についてまとめると

$$\left(\omega^2 L_2 C - 1 - j\omega CR\right) I_2 = -\omega^2 MCI_1$$

   よって

$$I_2 = \frac{\omega^2 MC}{1 - \omega^2 L_2 C + j\omega CR} I_1$$

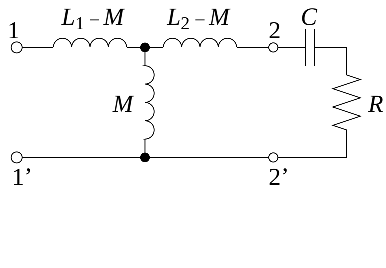
   (d) 設問 (c) の結果を設問 (a) の V_1 の式に代入すると

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + \frac{j\omega^3 M^2 C}{1 - \omega^2 L_2 C + j\omega CR} I_1$$

   よって，インピーダンス Z_1 は

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = j\omega L_1 + \frac{j\omega^3 M^2 C}{1 - \omega^2 L_2 C + j\omega CR}$$

2. (a)

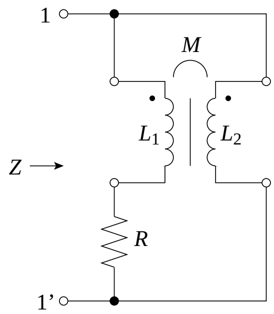


(b)

$$
\begin{aligned}
Z_1 &= j\omega(L_1 - M) + j\omega M // \left[R + j\left\{\omega(L_2 - M) - \frac{1}{\omega C}\right\}\right] \\
&= j\omega(L_1 - M) + \frac{j\omega M \cdot \left[R + j\left\{\omega(L_2 - M) - \frac{1}{\omega C}\right\}\right]}{j\omega M + \left[R + j\left\{\omega(L_2 - M) - \frac{1}{\omega C}\right\}\right]} \\
&= j\omega(L_1 - M) + j\omega M \frac{R + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right) - j\omega M}{R + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right)} \\
&= j\omega(L_1 - M) + j\omega M + \frac{(\omega M)^2}{R + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}\right)} \\
&= j\omega L_1 + \frac{\omega^3 M^2 C}{\omega C R + j\left(\omega^2 L_2 C - 1\right)} \\
&= j\omega L_1 + \frac{j\omega^3 M^2 C}{(1 - \omega^2 L_2 C) + j\omega C R}
\end{aligned}
$$

小テスト

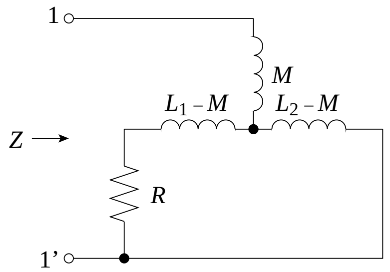
図に示す回路において端子 1-1$'$ から右側を見たときのインピーダンス Z を求めなさい.



図

小テスト解答

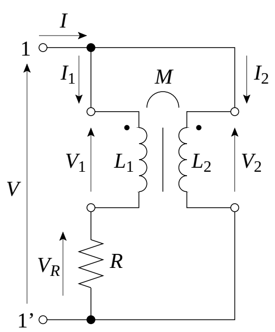
変成器を T 形等価回路に置き換える



回路のインピーダンス Z は

$$
\begin{aligned}
Z &= j\omega M + \{R + j\omega(L_1 - M)\} \,//\, \{j\omega(L_2 - M)\} \\
&= j\omega M + \frac{\{R + j\omega(L_1 - M)\}\{j\omega(L_2 - M)\}}{R + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)} \\
&= j\omega M + \frac{j\omega(L_2 - M)R - \omega^2(L_1 - M)(L_2 - M)}{R + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)} \\
&= \frac{j\omega MR - \omega^2 M(L_1 + L_2 - 2M) + j\omega L_2 R - j\omega MR + \omega^2 M(L_1 + L_2) - \omega^2(L_1L_2 + M^2)}{R + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)} \\
&= \frac{j\omega L_2 R - \omega^2(L_1L_2 - M^2)}{R + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)}
\end{aligned}
$$

(別解)



図のように電流，電圧を設定すると変成器の基本式とオームの法則より

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \tag{1}$$

$$V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 \tag{2}$$

$$V_R = R I_1 \tag{3}$$

また，

$$V = V_1 + V_R = V_2 \tag{4}$$

$$I = I_1 + I_2 \tag{5}$$

式 (4) に式 (1)〜(3) を代入して I_1 と I_2 の関係を求めると

$$j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 + R I_1 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2$$

$$\{R + j\omega(L_1 - M)\} I_1 = j\omega(L_2 - M) I_2$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R + j\omega(L_1 - M)}{j\omega(L_2 - M)} \tag{6}$$

したがって，求めるインピーダンスは

$$\begin{aligned} Z &= \frac{V}{I} = \frac{V_1 + V_R}{I_1 + I_2} = \frac{(R + j\omega L_1) + j\omega M (I_2/I_1)}{1 + (I_2/I_1)} = \frac{(R + j\omega L_1) + j\omega M \cdot \dfrac{R + j\omega(L_1 - M)}{j\omega(L_2 - M)}}{1 + \dfrac{R + j\omega(L_1 - M)}{j\omega(L_2 - M)}} \\ &= \frac{j\omega(L_2 - M)(R + j\omega L_1) + j\omega M \{R + j\omega(L_1 - M)\}}{j\omega(L_2 - M) + \{R + j\omega(L_1 - M)\}} \\ &= \frac{j\omega L_2 R - \omega^2(L_1 L_2 - M^2)}{R + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)} \end{aligned} \tag{7}$$