

電気回路演習 II 第 2 回 (平成 20 年 4 月 18 日 (金))

演習

1. 図 1 に示す回路において以下の設問に答えなさい。なお、電源 V の角周波数を ω とする。

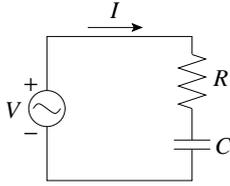


図 1

- (a) 回路に流れる電流 I を求めなさい。
 (b) 複素電力 P_c 、実効電力 P 、無効電力 P_r を求めなさい。
 (c) 電源電圧 $V = 10 \text{ V}$ 、周波数 $f = 50 \text{ Hz}$ 、抵抗 $R = 100 \Omega$ 、コンデンサ $C = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F}$ として、実効電力 P 、無効電力 P_r の値を求めなさい。
2. 図 2 に示す回路において以下の設問に答えなさい。なお、電源 V の角周波数を ω とする。

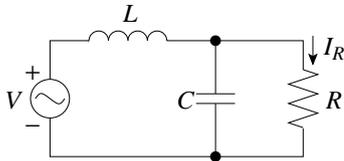


図 2

- (a) 回路のインピーダンス Z を求めなさい。
 (b) 抵抗 R に流れる電流 I_R を求めなさい。

演習解答

1. (a) 回路に流れる電流 I は

$$I = \frac{V}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega C}{1 + j\omega CR} V = \frac{\omega^2 C^2 R + j\omega C}{1 + (\omega CR)^2} V$$

- (b) 回路の複素電力 P_c は、設問 (a) の結果を用いて

$$P_c = \bar{V}I = \frac{\omega^2 C^2 R + j\omega C}{1 + (\omega CR)^2} |V|^2$$

実効電力 P は

$$P = \text{Re}\{P_c\} = \frac{\omega^2 C^2 R}{1 + (\omega CR)^2} |V|^2$$

無効電力 P_r は

$$P_r = \text{Im}\{P_c\} = \frac{\omega C}{1 + (\omega CR)^2} |V|^2$$

- (c) 設問 (a) で求めた式に値を代入する。実効電力 P は

$$P = \frac{\left(2\pi \cdot 50 \cdot \frac{10^{-4}}{\pi}\right)^2 \cdot 100}{1 + \left(2\pi \cdot 50 \cdot \frac{10^{-4}}{\pi} \cdot 100\right)^2} \cdot 10^2 = \frac{0.01}{2} \times 100 = 0.5 \text{ W}$$

無効電力 P_r は

$$P_r = \frac{2\pi \cdot 50 \cdot \frac{10^{-4}}{\pi}}{1 + \left(2\pi \cdot 50 \cdot \frac{10^{-4}}{\pi} \cdot 100\right)^2} \cdot 10^2 = \frac{0.01}{2} \times 100 = 0.5 \text{ Var}$$

2. (a) 回路のインピーダンス Z は

$$\begin{aligned} Z &= j\omega L + \frac{1}{j\omega C + \frac{1}{R}} = j\omega L + \frac{R}{1 + j\omega CR} = \frac{R - \omega^2 LCR + j\omega L}{1 + j\omega CR} \\ &= \frac{R}{1 + (\omega CR)^2} + j \left\{ \omega L - \frac{\omega CR^2}{1 + (\omega CR)^2} \right\} \end{aligned}$$

(b) 電源から回路へ流れる電流 I は

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{1 + j\omega CR}{R - \omega^2 LCR + j\omega L} V$$

よって抵抗 R に流れる電流 I_R は

$$\begin{aligned} I_R &= \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} I = \frac{1}{1 + j\omega CR} \cdot \frac{1 + j\omega CR}{R - \omega^2 LCR + j\omega L} V = \frac{V}{R - \omega^2 LCR + j\omega L} \\ &= \frac{(1 - \omega^2 LC) R - j\omega L}{(1 - \omega^2 LC)^2 R^2 + \omega^2 L^2} V \end{aligned}$$

小テスト

図に示す回路において以下の設問に答えなさい。なお、電源の角周波数を ω とする。

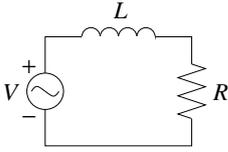


図 1

- (a) この回路の実効電力 P ，無効電力 P_r を求めなさい。
- (b) 電源電圧 $V = 10 \text{ V}$ ，周波数 $f = 50 \text{ Hz}$ ，抵抗 $R = 4 \Omega$ ，インダクタ $L = \frac{0.03}{\pi} \text{ H}$ とし，回路に流れる電流 I ，実効電力 P ，無効電力 P_r の値を求めなさい。

小テスト解答

- (a) 回路に流れる電流 I は

$$I = \frac{V}{R + j\omega L} = \frac{R - j\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} V$$

回路の複素電力 P_c は

$$P_c = \bar{V}I = \frac{R - j\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} |V|^2$$

よって，実効電力 P は

$$P = \text{Re}\{P_c\} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} |V|^2$$

無効電力 P_r は

$$P_r = \text{Im}\{P_c\} = -\frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} |V|^2$$

- (b) 回路に流れる電流 I は

$$I = \frac{R - j\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} V = \frac{4 - j \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot \frac{0.03}{\pi}}{4^2 + (2\pi \cdot 50 \cdot \frac{0.03}{\pi})^2} \cdot 10 = \frac{40 - j30}{25} = \frac{8 - j6}{5} \text{ A}$$

実効電力 P は

$$P = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} |V|^2 = \frac{4}{25} \cdot 10^2 = 16 \text{ W}$$

無効電力 P_r は

$$P_r = -\frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} |V|^2 = \frac{2\pi \cdot 50 \cdot \frac{0.03}{\pi}}{25} \cdot 10^2 = -12 \text{ Var}$$