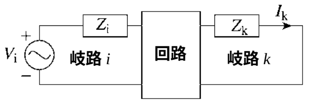
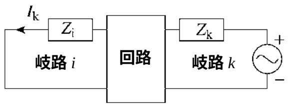
可逆(相反)定理

岐路 i に電圧源 V_i ⟶ 岐路 k に電流 I_k が流れた



⇕

岐路 i に電流 I_k が流れる ⟵ 岐路 k に電圧源 V_i



回路の双対性

閉路方程式

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix}$$

⇔

節点方程式

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}$$

I と V, Z と Y を入れ替えても同様な関係が成り立つ

⇩

双対性

双対なパラメータ

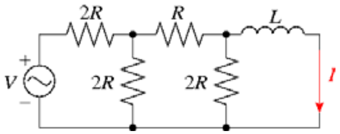
電圧	電流
インピーダンス	アドミタンス
R	G
L	C
電圧源	電流源
短絡	開放
閉路	節点

双対な法則

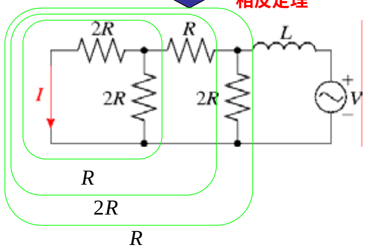
電圧則	電流則
Zの直列	Yの並列
閉路方程式	節点方程式
直列回路の電圧分配	並列回路の電流分配
テブナンの定理	ノルトンの定理

相反定理に関する例題

下図の電流 I を求めよ



⇕ 相反定理



電源から出る電流 I_V

$$I_V = \frac{V}{R + j\omega L} = \frac{(R - j\omega L)V}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

求める電流 I

$$I = \frac{I_V}{4} = \frac{(R - j\omega L)V}{4(R^2 + \omega^2 L^2)}$$

逆回路

$Z_1 \cdot Z_2 = R_0^2$ ⟶ Z_1 と Z_2 は R_0 に関して互いに逆回路である

$ab = 1$　a と b は互いに逆数

$[A][B] = [I]$　$[A]$ と $[B]$ は互いに逆行列

逆回路の関係

抵抗　$R \to G_r = \dfrac{R}{R_0^2}$　$\left(R_r = \dfrac{R_0^2}{R}\right)$

コイル　$L \to C_r = \dfrac{L}{R_0^2}$

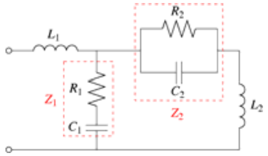
コンデンサ　$C \to L_r = CR_0^2$

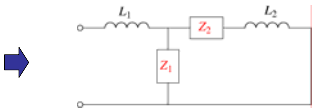
直列接続 ⇔ 並列接続

$$(j\omega L) \cdot Z_r = R_0^2 \to Z_r = \frac{1}{j\omega(L/R_0^2)} = \frac{1}{j\omega C_r} \longrightarrow C_r = \frac{L}{R_0^2}$$

$$\left(\frac{1}{j\omega C}\right) \cdot Z_r = R_0^2 \to Z_r = j\omega(CR_0^2) = j\omega L_r \longrightarrow L_r = CR_0^2$$

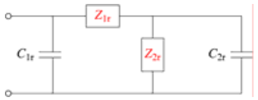
逆回路の求め方 (1)



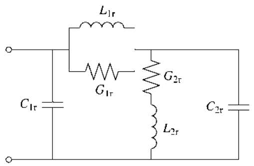


逆回路

直列枝を並列枝に



$$C_{1r}=\frac{L_1}{R_0^2},\quad C_{2r}=\frac{L_2}{R_0^2}$$

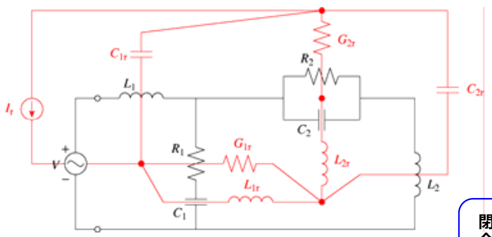


$$C_{1r}=\frac{L_1}{R_0^2},\quad C_{2r}=\frac{L_2}{R_0^2}$$

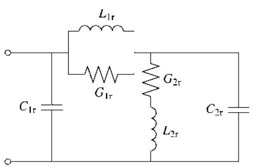
$$L_{1r}=C_1R_0^2,\quad L_{2r}=C_2R_0^2$$

$$G_{1r}=\frac{R_1}{R_0^2},\quad G_{2r}=\frac{R_2}{R_0^2}$$

逆回路の求め方 (2)



閉路内に節点を作り
全ての素子を通るように
節点を接続する



$$C_{1r}=\frac{L_1}{R_0^2},\quad C_{2r}=\frac{L_2}{R_0^2}$$

$$L_{1r}=C_1R_0^2,\quad L_{2r}=C_2R_0^2$$

$$G_{1r}=\frac{R_1}{R_0^2},\quad G_{2r}=\frac{R_2}{R_0^2}$$