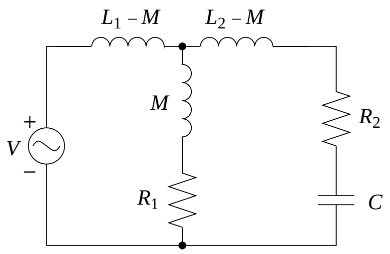
1. (a) 変成器の基本式は

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2$$
$$V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2$$

(b) 結合係数 k は

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{\frac{1}{25\pi}}{\sqrt{\frac{2}{25\pi}\cdot\frac{1}{50\pi}}} = 1$$

(c) 変成器を T 形等価回路で置き換えると以下のようになる．



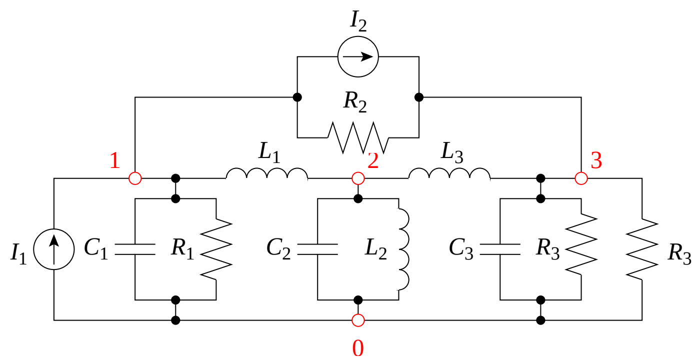
(d) 電源から右側を見たインピーダンス Z は

$$\begin{aligned} Z &= j\omega(L_1 - M) + (R_1 + j\omega M)\,//\left\{j\omega(L_2 - M) + R_2 + \frac{1}{j\omega C}\right\} = j4 + (4 + j4)//(4 - j4) \\ &= j4 + \frac{(4+j4)(4-j4)}{4+j4+4-j4} = j4 + 4 = 4(1+j)\ \Omega \end{aligned}$$

したがって，電流 I_1 は

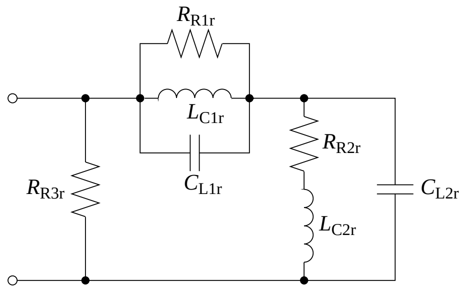
$$I_1 = \frac{V}{Z} = \frac{16}{4(1+j)} = 2(1-j)\ \mathrm{A}$$

2. 下図のように節点番号を付けると，節点方程式は以下のように書ける．



$$\begin{bmatrix} I_1 - I_2 \\ 0 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L_1} & -\frac{1}{j\omega L_1} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{j\omega L_1} & j\omega C_2 + \frac{1}{j\omega}\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}\right) & -\frac{1}{j\omega L_3} \\ -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{j\omega L_3} & \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_3} + +j\omega C_3 + \frac{1}{j\omega L_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

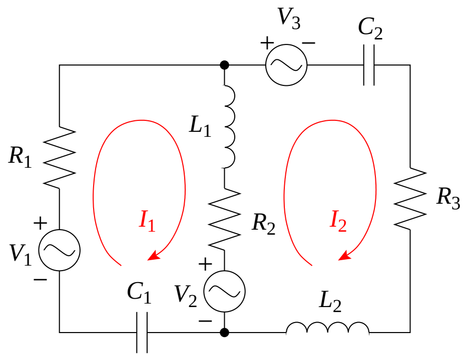
3. 逆回路は以下のように書ける．



ここに，各素子の値は以下の通りである

$$R_{R1r} = \frac{R_0^2}{R_1} = \frac{100}{10} = 10\ \Omega, \qquad R_{R2r} = \frac{R_0^2}{R_2} = \frac{100}{20} = 5\ \Omega, \qquad R_{R3r} = \frac{R_0^2}{R_3} = \frac{100}{4} = 25\ \Omega,$$
$$L_{C1r} = C_1R_0^2 = (250\times 10^{-6})\cdot 100 = 25\times 10^{-3} = 25\ \mathrm{mH},$$
$$L_{C2r} = C_2R_0^2 = (250\times 10^{-6})\cdot 100 = 40\times 10^{-3} = 40\ \mathrm{mH},$$
$$C_{L1r} = \frac{L_1}{R_0^2} = \frac{20\times 10^{-3}}{100} = 200\times 10^{-6} = 200\ \mu\mathrm{F},$$
$$C_{L2r} = \frac{L_2}{R_0^2}L_2 = \frac{50\times 10^{-3}}{100} = 500\times 10^{-6} = 500\ \mu\mathrm{F}$$

4. (a) まず $V_1 = R_1I_1 = 30$ V であることが容易にわかるので，図のように閉路電流を設定すると，閉路方程式は以下のように書ける．



$$\begin{bmatrix} V_1 - V_2 \\ V_2 - V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} & -(R_2 + j\omega L_1) \\ -(R_2 + j\omega L_1) & R_2 + R_3 + j\omega(L_1 + L_2) + \frac{1}{j\omega C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix}$$

具体的な数値を代入すると

$$\begin{bmatrix} -20 \\ 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+j & -(1+j2) \\ -(1+j2) & 2-j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix}$$

閉路方程式の行列式 Δ は

$$\Delta = (2+j)(2-j) - (1+j2)^2 = 4 + 1 - 1 - j4 + 4 = 8 - j4$$

であるので，求める電流 $I_{R_3} = I_b$ は

$$I_{R_3} = \frac{\begin{vmatrix} 2+j & -20 \\ -(1+j2) & 40 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{80 + j40 - (20 + j40)}{4(2-j)} = \frac{60(2+j)}{4\cdot 5} = 3(2+j)\ \mathrm{A}$$

(b) テブナン等価回路の内部インピーダンス，開放電圧は

$$
\begin{aligned}
Z_0 &= \frac{1}{j\omega C_2} + \left(R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}\right) // (R_2 + j\omega L_1) + j\omega L_2 = -j4 + (1-j)//(1+j2) + j \\
&= -j3 + \frac{(1-j)(1+j2)}{1-j+1+j2} = -j3 + \frac{3+j}{2+j} = \frac{6-j5}{2+j} = \frac{7-j16}{5}\ \Omega
\end{aligned}
$$

$$V_{f1} = \frac{(R_2 + j\omega L_1)R_1 I_1}{R_1 + R_2 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{(1+j2)\cdot 30}{2+j} = 6(4+j3)\ \mathrm{V}$$

$$V_{f2} = \frac{(R_1 + \frac{1}{j\omega C_1})V_2}{R_1 + R_2 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{(1-j)\cdot 50}{2+j} = 10(1-j3)\ \mathrm{V}$$

$$V_{f3} = -10\ \mathrm{V}$$

$$V_f = V_{f1} + V_{f2} + V_{f3} = 24 + j18 + 10 - j30 - 10 = 24 - j12 = 12(2-j)\ \mathrm{V}$$

よって

$$I_{R_3} = \frac{12(2-j)}{1 + \frac{7-j16}{5}} = \frac{60(2-j)}{12-j16} = \frac{15(2-j)}{3-j4} = \frac{15(2-j)(3+j4)}{25} = 3(2+j)\ \mathrm{A}$$

(c) 最大電力伝送定理から共役整合条件は

$$R_{L,opt} + j\omega L_{L,opt} = Z_0^* = \frac{7+j16}{5}$$

であるので

$$R_{L,opt} = \frac{7}{5}\ \Omega, \qquad L_L = \frac{4}{125\pi}\ \mathrm{H}$$

このときの R_L での消費電力は

$$P_{\max} = \frac{|V_f|^2}{4R_0} = \frac{12^2|2-j|^2}{4\cdot\frac{7}{5}} = \frac{900}{7} \simeq 128.6\ \mathrm{W}$$