H19 年度電気回路 II 宿題 (第 2 回)

課題

以下の理想変成器を含む回路に対して，V_1，V_2，I_1，I_2 の値をそれぞれ以下の 3 通りの方法で求めよ．

(a) 理想変成器の 1 次側と 2 次側の電流・電圧の関係式を利用して解く

(b) 2 次側の素子を 1 次側に変換し，V_1，I_1 を求めた後に，理想変成器の 1 次側と 2 次側の電流・電圧の関係式を利用して V_2，V_2 を解く．

(c) 1 次側の素子を 2 次側に変換し，V_2，I_2 を求めた後に，理想変成器の 1 次側と 2 次側の電流・電圧の関係式を利用して V_1，V_1 を解く．

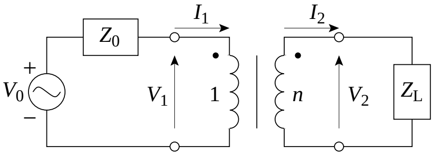


図 1

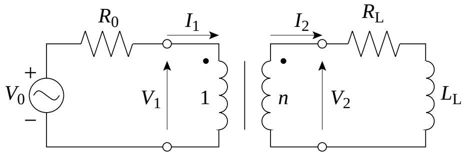


図 2

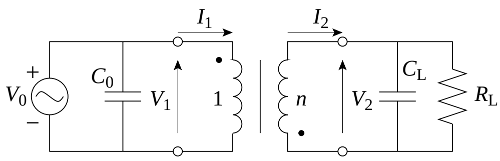


図 3

解答

1(a)

理想変成器の関係式より

$$V_1 : V_2 = 1 : n \quad \rightarrow \quad V_1 = \frac{V_2}{n} \quad \cdots \quad \text{(1a-1)}$$

$$I_1 : I_2 = 1 : \frac{1}{n} \quad \rightarrow \quad I_1 = nI_2 \quad \cdots \quad \text{(1a-2)}$$

オームの法則より

$$I_2 = \frac{V_2}{Z_L} \quad \cdots \quad \text{(1a-3)}$$

キルヒホッフの電圧則より

$$V_0 = Z_0 I_1 + V_1 \quad \cdots \quad \text{(1a-4)}$$

式 (1a-1)，(1a-2) を式 (1a-4) に代入した後，式 (1a-3) を代入すると

$$V_0 = Z_0 I_1 + V_1 = Z_0(nI_2) + \frac{V_2}{n} = Z_0 \cdot \frac{nV_2}{Z_L} + \frac{V_2}{n} = \frac{n^2 Z_0 + Z_L}{nZ_L} V_2$$

よって

$$V_2 = \frac{nZ_L}{n^2 Z_0 + Z_L} V_0$$

この結果を 式 (1a-3) に代入し I_2 を求め，式 (1a-1)，(1a-2) より V_1，I_1 を求めると

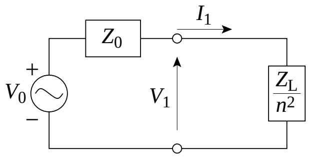
$$I_2 = \frac{V_2}{Z_L} = \frac{nV_0}{n^2 Z_0 + Z_L}$$

$$V_1 = \frac{V_2}{n} = \frac{Z_L}{n^2 Z_0 + Z_L} V_0$$

$$I_1 = nI_2 = \frac{n^2 V_0}{n^2 Z_0 + Z_L}$$

1(b)

2 次側の素子を 1 次側に移すと下図のような回路になる．(素子のインピーダンスが n^2 分の 1 になる)



したがって，1 次側の電流，電圧は

$$V_1 = \frac{\frac{Z_L}{n^2}}{Z_0 + \frac{Z_L}{n^2}} V_0 = \frac{Z_L}{n^2 Z_0 + Z_L} V_0$$
$$I_1 = \frac{V_0}{Z_0 + \frac{Z_L}{n^2}} = \frac{n^2 V_0}{n^2 Z_0 + Z_L}$$

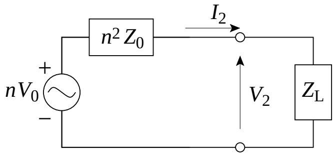
また，理想変成器の電流，電圧の関係式より

$$V_2 = nV_1 = \frac{nZ_L}{n^2 Z_0 + Z_L} V_0$$
$$I_2 = \frac{I_1}{n} = \frac{nV_0}{n^2 Z_0 + Z_L}$$

上記の結果は当然ながら 1(a) の結果と一致している．

1(c)

1 次側の素子を 2 次側に移すと下図のような回路になる．(素子のインピーダンスが n^2 倍になり，電圧源の電圧は n 倍になる)



したがって，2 次側の電流，電圧は

$$V_2 = \frac{Z_L}{n^2 Z_0 + Z_L} \cdot nV_0$$
$$I_2 = \frac{nV_0}{n^2 Z_0 + Z_L}$$

また，理想変成器の電流，電圧の関係式より

$$V_1 = \frac{V_2}{n} = \frac{Z_L}{n^2 Z_0 + Z_L} V_0$$
$$I_1 = n I_2 = \frac{n^2 V_0}{n^2 Z_0 + Z_L}$$

この結果も当然ながら 1(a) の結果と一致している．

2(a)

理想変成器の関係式より

$$V_1 : V_2 = 1 : n \quad \rightarrow \quad V_1 = \frac{V_2}{n} \quad \cdots \quad \text{(2a-1)}$$
$$I_1 : I_2 = 1 : \frac{1}{n} \quad \rightarrow \quad I_1 = n I_2 \quad \cdots \quad \text{(2a-2)}$$

オームの法則より

$$I_2 = \frac{V_2}{R_L + j\omega L_L} \quad \cdots \quad \text{(2a-3)}$$

キルヒホッフの電圧則より

$$V_0 = R_0 I_1 + V_1 \quad \cdots \quad \text{(2a-4)}$$

式 (2a-1)，(2a-2) を式 (2a-4) に代入した後，式 (2a-3) を代入すると

$$V_0 = R_0 I_1 + V_1 = R_0 (n I_2) + \frac{V_2}{n} = R_0 \cdot \frac{n V_2}{R_L f + j\omega L_L} + \frac{V_2}{n} = \frac{n^2 R_0 + R_L + j\omega L_L}{n(R_L + j\omega L_L)} V_2$$

よって

$$\begin{aligned}
V_2 &= \frac{n(R_L + j\omega_L)}{(n^2 R_0 + R_L) + j\omega L_L} V_0 = \left(1 - \frac{n^2 R_0}{(n^2 R_0 + R_L) + j\omega L_L}\right) n V_0 \\
&= \left(1 - \frac{n^2 R_0 (n^2 R_0 + R_L - j\omega L_L)}{(n^2 R_0 + R_L)^2 + \omega^2 L_L^2}\right) n V_0 \\
&= \frac{\{R_L (n^2 R_0 + R_L) + \omega^2 L_L^2\} + j\omega L_L n^2 R_0}{(n^2 R_0 + R_L)^2 + \omega^2 L_L^2} \cdot n V_0
\end{aligned}$$

この結果を 式 (2a-3) に代入し I_2 を求め，式 (2a-1)，(2a-2) より V_1，I_1 を求めると

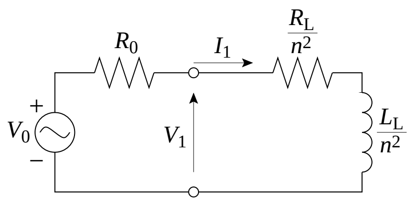
$$\begin{aligned}
I_2 &= \frac{V_2}{R_L + j\omega L_L} = \frac{1}{R_L + j\omega L_L} \cdot \frac{n(R_L + j\omega_L)}{(n^2 R_0 + R_L) + j\omega L_L} V_0 = \frac{n V_0}{(n^2 R_0 + R_L) + j\omega L_L} \\
&= \frac{(n^2 R_0 + R_L) - j\omega L_L}{(n^2 R_0 + R_L)^2 + \omega^2 L_L^2} \cdot n V_0
\end{aligned}$$

$$V_1 = \frac{V_2}{n} = \frac{\{R_L (n^2 R_0 + R_L) + \omega^2 L_L^2\} + j\omega L_L n^2 R_0}{(n^2 R_0 + R_L)^2 + \omega^2 L_L^2} \cdot V_0$$

$$I_1 = n I_2 = \frac{(n^2 R_0 + R_L) - j\omega L_L}{(n^2 R_0 + R_L)^2 + \omega^2 L_L^2} \cdot n^2 V_0$$

2(b)

2 次側の素子を 1 次側に移すと下図のような回路になる．(素子のインピーダンスが n^2 分の 1 になる)



したがって，1 次側の電流，電圧は

$$V_1 = \frac{\frac{1}{n^2}(R_L + j\omega L_L)}{R_0 + \frac{1}{n^2}(R_L + j\omega L_L)} V_0 = \frac{R_L + j\omega L_L}{n^2 R_0 + R_L + j\omega L_L} V_0 = \cdots$$

$$= \frac{\{R_L(n^2 R_0 + R_L) + \omega^2 L_L^2\} + j\omega L_L n^2 R_0}{(n^2 R_0 + R_L)^2 + \omega^2 L_L^2} \cdot V_0$$

$$I_1 = \frac{V_0}{R_0 + \frac{1}{n^2}(R_L + j\omega L_L)} = \frac{n^2 V_0}{n^2 R_0 + R_L + j\omega L_L} = \cdots = \frac{(n^2 R_0 + R_L) - j\omega L_L}{(n^2 R_0 + R_L)^2 + \omega^2 L_L^2} \cdot n^2 V_0$$

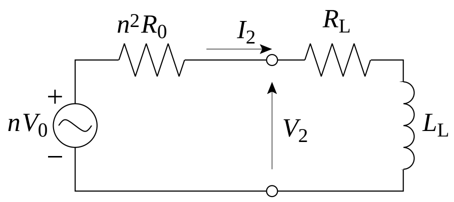
また，理想変成器の電流，電圧の関係式より

$$V_2 = nV_1 = \cdots = \frac{\{R_L(n^2 R_0 + R_L) + \omega^2 L_L^2\} + j\omega L_L n^2 R_0}{(n^2 R_0 + R_L)^2 + \omega^2 L_L^2} \cdot nV_0$$

$$I_2 = \frac{I_1}{n} = \cdots = \frac{(n^2 R_0 + R_L) - j\omega L_L}{(n^2 R_0 + R_L)^2 + \omega^2 L_L^2} \cdot nV_0$$

2(c)

1 次側の素子を 2 次側に移すと下図のような回路になる．(素子のインピーダンスが n^2 倍になり，電圧源の電圧は n 倍になる)



したがって，2 次側の電流，電圧は

$$V_2 = \frac{R_L + j\omega L_L}{n^2 R_0 + R_L + j\omega L_L} \cdot nV_0 = \cdots = \frac{\{R_L(n^2 R_0 + R_L) + \omega^2 L_L^2\} + j\omega L_L n^2 R_0}{(n^2 R_0 + R_L)^2 + \omega^2 L_L^2} \cdot nV_0$$

$$I_2 = \frac{nV_0}{n^2 R_0 + R_L + j\omega L_L} = \cdots = \frac{(n^2 R_0 + R_L) - j\omega L_L}{(n^2 R_0 + R_L)^2 + \omega^2 L_L^2} \cdot nV_0$$

また，理想変成器の電流，電圧の関係式より

$$V_1 = \frac{V_2}{n} = \cdots = \frac{\{R_L(n^2 R_0 + R_L) + \omega^2 L_L^2\} + j\omega L_L n^2 R_0}{(n^2 R_0 + R_L)^2 + \omega^2 L_L^2} \cdot V_0$$

$$I_1 = nI_2 = \cdots = \frac{(n^2 R_0 + R_L) - j\omega L_L}{(n^2 R_0 + R_L)^2 + \omega^2 L_L^2} \cdot n^2 V_0$$

3(a)

理想変成器の関係式より，変成器の極性に注意して

$$V_1 : V_2 = 1 : -n \quad \rightarrow \quad V_1 = -\frac{V_2}{n} \quad \cdots \quad (3a\text{-}1)$$

$$I_1 : I_2 = 1 : -\frac{1}{n} \quad \rightarrow \quad I_1 = -nI_2 \quad \cdots \quad (3a\text{-}2)$$

オームの法則より

$$I_2 = Y_L V_2 = \left(\frac{1}{R_L} + j\omega C_L\right) V_2 = \frac{1 + j\omega C_L R_L}{R_L} V_2 \quad \cdots \quad (3a\text{-}3)$$

キルヒホッフの電圧則より

$$V_0 = V_1 \quad \cdots \quad (3a\text{-}4)$$

式 (3a-4) から直ちに

$$V_1 = V_0$$

であり，これを式 (3a-1) に代入すると

$$V_2 = -nV_1 = -nV_0$$

また，式 (3a-3) より

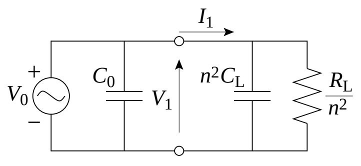
$$I_2 = \frac{1 + j\omega C_L R_L}{R_L} V_2 = -\frac{1 + j\omega C_L R_L}{R_L} nV_0$$

最後に，式 (3a-2) より

$$I_1 = -nI_2 = \frac{1 + j\omega C_L R_L}{R_L} n^2 V_0$$

3(b)

2 次側の素子を 1 次側に移すと下図のような回路になる．(素子のインピーダンスが n^2 分の 1 になる，コンデンサはインピーダンスが静電容量の逆数に比例するので，静電容量で考えると n^2 倍になる)



したがって

$$V_1 = V_0$$

であり，I_1 は抵抗 R_L/n^2，コンデンサ n^2C_L に流れる電流を合計して

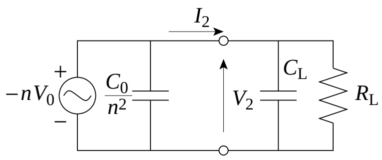
$$I_1 = \frac{n^2}{R_L} V_0 + j\omega n^2 C_L V_0 = \frac{1 + j\omega C_L R_L}{R_L} n^2 V_0$$

と求まる．また，理想変成器の電流，電圧の関係式より

$$
\begin{aligned}
V_2 &= -nV_1 = -nV_0 \\
I_2 &= -\frac{1}{n} I_2 = -\frac{1 + j\omega C_L R_L}{R_L} nV_0
\end{aligned}
$$

3(c)

変成器の極性に注意して，1 次側の素子を 2 次側に移すと下図のような回路になる．(素子のインピーダンスが n^2 倍になり，電圧源の電圧は $-n$ 倍になる)



したがって，V_2 は

$$V_2 = -nV_0$$

I_2 は抵抗 R_L とコンデンサ C_L に流れる電流の和として

$$I_2 = \frac{-nV_0}{R_L} + j\omega C_L \cdot (-nV_0) = -\frac{1 + j\omega C_L R_L}{R_L} \cdot nV_0$$

また，理想変成器の電流，電圧の関係式より

$$
\begin{aligned}
V_1 &= -\frac{V_2}{n} = V_0 \\
I_1 &= -nI_2 = \frac{1 + j\omega C_L R_L}{R_L} \cdot n^2 V_0
\end{aligned}
$$