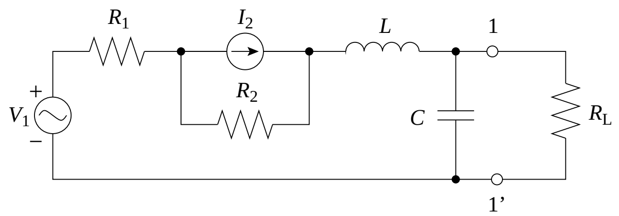
電気回路演習 II 第 7 回 (平成 19 年 11 月 30 日 (金))

演習

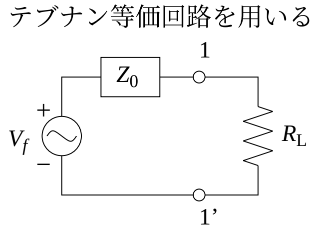
図の回路の抵抗 R_L に流れる電流を以下の 2 通りの手順で求め，結果が一致することを確認せよ．ただし，$f = 50$ Hz，$R_1 = 1\ \Omega$，$R_2 = 4\ \Omega$，$R_L = 5\ \Omega$，$L = \frac{1}{20\pi}$ H，$C = \frac{1}{500\pi}$ F，$V_1 = 2$ V，$I_2 = 2$ A とする．

1. 端子 1-1′ から左側をテブナン等価回路に置き換えて解く．
   - (a) テブナン等価回路の内部インピーダンスを Z_0，開放電圧を V_f として，端子 1-1′ をテブナン等価回路で置き換えた回路を書け.
   - (b) Z_0 を求めよ.
   - (c) 電源として電圧源 V_1 以外を取り外したときの開放電圧 V_{f1} を求めよ.
   - (d) 電源として電流源 I_2 以外を取り外したときの開放電圧 V_{f2} を求めよ.
   - (e) 全ての電源を考慮した開放電圧 V_f を求めよ.
   - (f) 求まったテブナン等価回路を用いて抵抗 R_L に流れる電流を求めよ.
2. 端子 1-1′ から左側をノルトン等価回路に置き換えて解く．
   - (a) ノルトン等価回路の内部アドミタンスを Y_0，短絡電流を I_s として，端子 1-1′ をノルトン等価回路で置き換えた回路を書け.
   - (b) Y_0 を求めよ.
   - (c) 電源として電圧源 V_1 以外を取り外したときの短絡電流 I_{s1} を求めよ.
   - (d) 電源として電流源 I_2 以外を取り外したときの短絡電流 I_{s2} を求めよ.
   - (e) 全ての電源を考慮した短絡電流 I_s を求めよ.
   - (f) 求まったノルトン等価回路を用いて抵抗 R_L に流れる電流を求めよ.

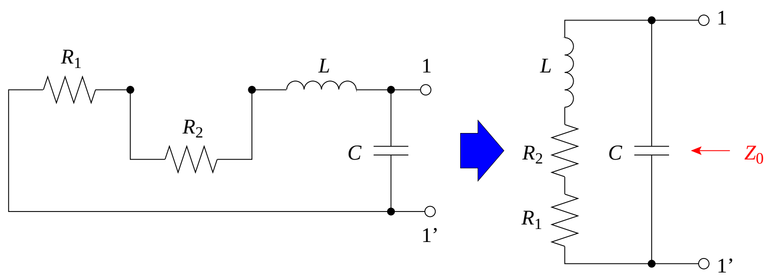


解答

1. (a) テブナン等価回路を用いると下図のように書ける．

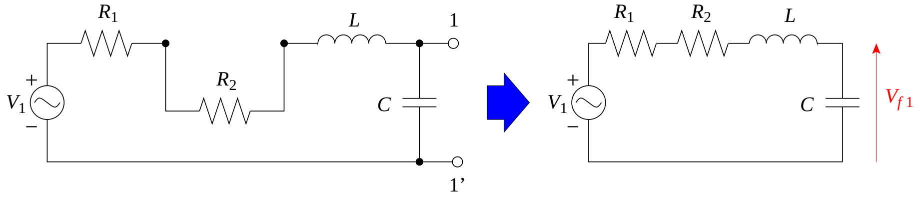


(b) 電源を全て取り除き整理すると回路は以下のように書ける．



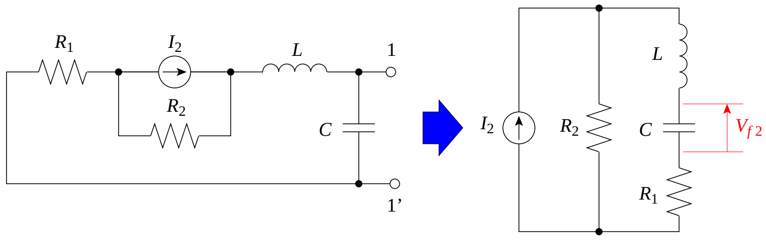
$$Z_0 = (R_1 + R_2 + j\omega L)//\frac{1}{j\omega C} = 5(1+j)//(-j5) = \frac{5(1+j)\cdot(-j5)}{5+j5-j5} = 5(1-j)\ \Omega$$

(c) 電圧源 V_1 以外を取り除くと回路は以下のように書ける．



$$V_{f1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R_1 + R_2 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} V_1 = \frac{-j5}{1+4+j5-j5}\cdot 2 = -j2\ \mathrm{V}$$

(d) 電流源 I_2 以外を取り除くと回路は以下のように書ける．



まず，コンデンサに流れる電流 I_C を求めると

$$I_C = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} I_2 = \frac{4}{4+1+j5-j5}\cdot 2 = \frac{8}{5}\ \mathrm{A}$$

したがって，コンデンサにかかる電圧 V_{f2} は

$$V_{f2} = \frac{1}{j\omega C} I_C = -j5\cdot\frac{8}{5} = -j8\ \mathrm{V}$$

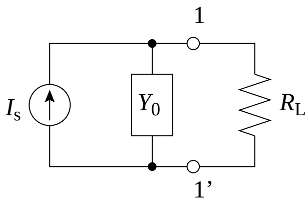
(e) 全ての電源を考慮した開放電圧 V_f は重ね合わの理より

$$V_f = V_{f1} + V_{f2} = -j2 - j8 = -j10\ \mathrm{V}$$

(f) 以上より，抵抗 R_L に流れる電流は

$$I_{R_L} = \frac{V_f}{Z_0 + R_L} = \frac{-j10}{5(1-j)+5} = \frac{-j2}{2-j} = \frac{-j2(2+j)}{2^2+1^2} = \frac{2(1-j2)}{5}\ \mathrm{A}$$

2. (a) ノルトン等価回路を用いると下図のように書ける．

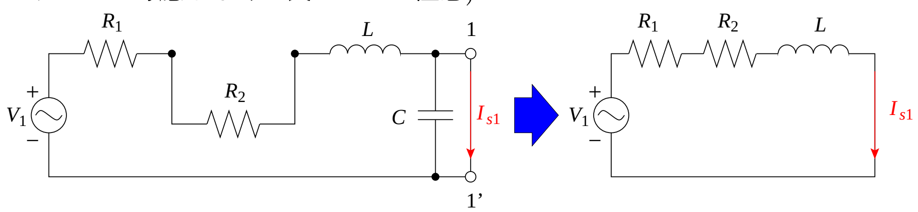


(b) 1(b) の回路で内部アドミタンスは以下のように求まる．

$$Y_0 = \frac{1}{R_1 + R_2 + j\omega L} + j\omega C = \frac{1}{5(1+j)} + \frac{j}{5} = \frac{1+j(1+j)}{5(1+j)} = \frac{j}{5(1+j)} = \frac{j(1-j)}{5\cdot 2} = \frac{1+j}{10}\ \mathrm{S}$$

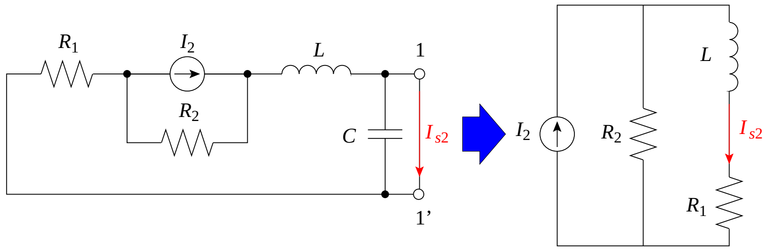
これは，もちろん 1(b) の結果から $Y_0 = 1/Z_0$ でも求まる．

(c) 電圧源 V_1 以外を取り除き端子間を短絡すると回路は以下のように書ける．(コンデンサは短絡されるので考慮しなくて良いことに注意)



$$I_{s1} = \frac{V_1}{R_1 + R_2 + j\omega L} = \frac{2}{1 + 4 + j5} = \frac{2}{5(1+j)} = \frac{1-j}{5}\ \mathrm{A}$$

(d) 電流源 I_2 以外を取り除き端子間を短絡すると回路は以下のように書けるので，分流の法則より



$$I_{s2} = \frac{R_2}{R_2 + (R_1 + j\omega L)} I_2 = \frac{4}{5(1+j)} \cdot 2 = \frac{4(1-j)}{5}\ \mathrm{A}$$

(e) 重ね合わせの理より

$$I_s = I_{s1} + I_{s2} = \frac{1-j}{5} + \frac{4(1-j)}{5} = 1 - j\ \mathrm{A}$$

(f) 分流の法則より

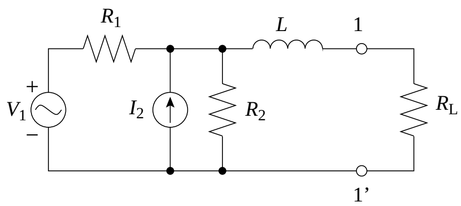
$$I_{R_L} = \frac{\frac{1}{R_L}}{\frac{1}{R_L} + Y_0} I_s = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{5} + \frac{1+j}{10}} \cdot (1-j) = \frac{2(1-j)}{3+j} = \frac{2(1-j)(3-j)}{3^2+1^2} = \frac{2(2-j4)}{10} = \frac{2(1-j2)}{5}\ \mathrm{A}$$

この結果は当然ながらテブナン等価回路を用いて解いた結果と一致している．

小テスト

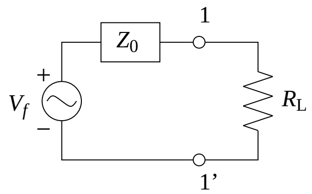
図の回路の抵抗 R_L に流れる電流を以下の 2 通りの手順で求め，結果が一致することを確認せよ．ただし，$f = 50$ Hz，$R_1 = 3\ \Omega$，$R_2 = 6\ \Omega$，$R_L = 2\ \Omega$，$L = \frac{1}{50\pi}$ H，$V_1 = 3$ V，$I_2 = 1$ A とする．

1. 端子 1-1′ から左側をテブナン等価回路に置き換えて解く．
   - (a) テブナン等価回路の内部インピーダンスを Z_0，開放電圧を V_f として，端子 1-1′ をテブナン等価回路で置き換えた回路を書け．
   - (b) Z_0 を求めよ．
   - (c) 電源として電圧源 V_1 以外を取り外したときの開放電圧 V_{f1} を求めよ．
   - (d) 電源として電流源 I_2 以外を取り外したときの開放電圧 V_{f2} を求めよ．
   - (e) 全ての電源を考慮した開放電圧 V_f を求めよ．
   - (f) 求まったテブナン等価回路を用いて抵抗 R_L に流れる電流を求めよ．
2. 端子 1-1′ から左側をノルトン等価回路に置き換えて解く．
   - (a) ノルトン等価回路の内部アドミタンスを Y_0，短絡電流を I_s として，端子 1-1′ をノルトン等価回路で置き換えた回路を書け．
   - (b) Y_0 を求めよ．
   - (c) 電源として電圧源 V_1 以外を取り外したときの短絡電流 I_{s1} を求めよ．
   - (d) 電源として電流源 I_2 以外を取り外したときの短絡電流 I_{s2} を求めよ．
   - (e) 全ての電源を考慮した短絡電流 I_s を求めよ．
   - (f) 求まったノルトン等価回路を用いて抵抗 R_L に流れる電流を求めよ．

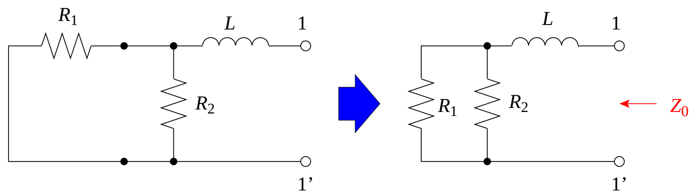


解答

1. (a) テブナン等価回路を用いると下図のように書ける．

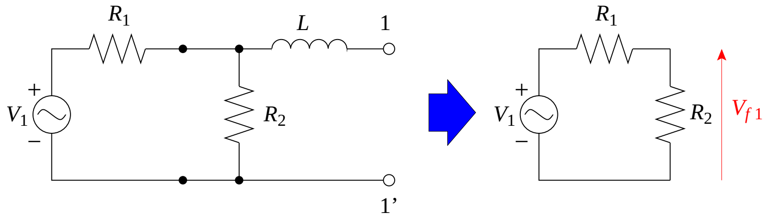


   (b) 電源を全て取り除き整理すると回路は以下のように書ける．



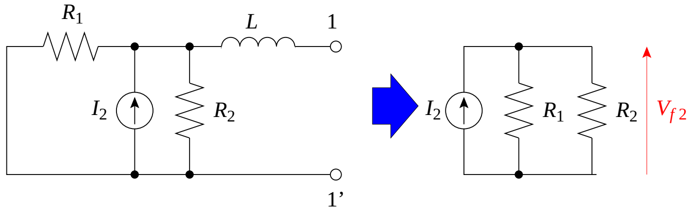
$$Z_0 = (R_1 // R_2) + j\omega L = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + j\omega L = \frac{3 \cdot 6}{3+6} + j2 = 2(1+j)\ \Omega$$

(c) 電圧源 V_1 以外を取り除くと回路は以下のように書ける．(コイルには電流が流れないので考慮しなくて良いことに注意)



$$V_{f1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_1 = \frac{6}{3+6} \cdot 3 = 2 \text{ V}$$

(d) 電流源 I_2 以外を取り除くと回路は以下のように書ける．



回路の合成アドミタンス Y_t は

$$Y_t = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \text{ S}$$

したがって，V_{f2} は

$$V_{f2} = \frac{I_2}{Y_t} = 1 \cdot 2 = 2 \text{ V}$$

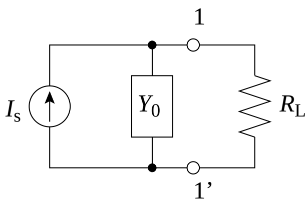
(e) 全ての電源を考慮した開放電圧 V_f は重ね合わの理より

$$V_f = V_{f1} + V_{f2} = 2 + 2 = 4 \text{ V}$$

(f) 以上より，抵抗 R_L に流れる電流は

$$I_{R_L} = \frac{V_f}{Z_0 + R_L} = \frac{4}{(2+j2)+2} = \frac{2}{2+j} = \frac{2(2-j)}{2^2+1^2} = \frac{2(2-j)}{5} \text{ A}$$

2. (a) ノルトン等価回路を用いると下図のように書ける．

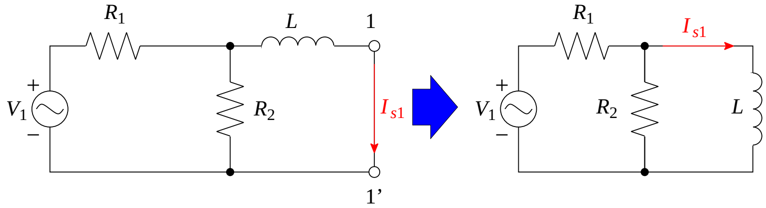


(b) 1(b) の回路で内部アドミタンスは以下のように求まる．

$$Y_0 = \frac{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \cdot \frac{1}{j\omega L}}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) + \frac{1}{j\omega L}} = \frac{R_1 + R_2}{j\omega L(R_1 + R_2) + R_1 R_2} = \frac{3+6}{j2(3+6) + 3 \cdot 6} = \frac{1}{2(1+j)} = \frac{1-j}{4} \text{ S}$$

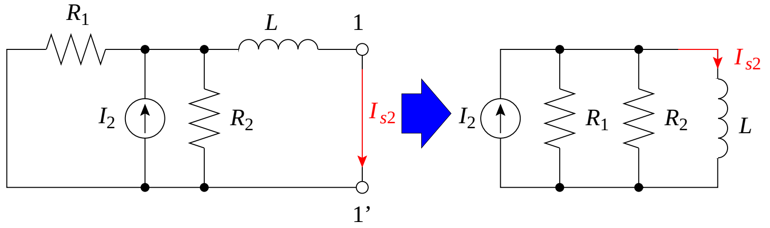
これは，もちろん 1(b) の結果から $Y_0 = 1/Z_0$ でも求まる．

(c) 電圧源 V_1 以外を取り除き端子間を短絡すると回路は以下のように書ける．



$$
\begin{aligned}
I_{s1} &= \frac{V_1}{R_1 + R_2//(j\omega L)} \cdot \frac{R_2}{R_2 + j\omega L} = \frac{V_1}{R_1 + \frac{j\omega L R_2}{R_2 + j\omega L}} \cdot \frac{R_2}{R_2 + j\omega L} = \frac{R_2 V_1}{R_1 R_2 + j\omega L(R_1 + R_2)} \\
&= \frac{6 \cdot 3}{3 \cdot 6 + j2(3+6)} = \frac{1}{1+j} = \frac{1-j}{2} \text{ A}
\end{aligned}
$$

(d) 電流源 I_2 以外を取り除き端子間を短絡すると回路は以下のように書けるので，分流の法則より



$$
I_{s2} = \frac{\frac{1}{j\omega L}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{j\omega L}} I_2 = \frac{\frac{1}{j2}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{j2}} = \frac{-j3}{2+1-j3} = \frac{-j}{1-j} = \frac{1-j}{2} \text{ A}
$$

(e) 重ね合わせの理より

$$
I_s = I_{s1} + I_{s2} = \frac{1-j}{2} + \frac{1-j}{2} = 1 - j \text{ A}
$$

(f) 分流の法則より

$$
\begin{aligned}
I_{R_L} &= \frac{\frac{1}{R_L}}{\frac{1}{R_L} + Y_0} I_s = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1-j}{4}} \cdot (1-j) = \frac{2(1-j)}{2+1-j} = \frac{2(1-j)}{3-j} = \frac{2(1-j)(3+j)}{3^2+1^2} \\
&= \frac{2(4-j2)}{10} = \frac{2(2-j)}{5} \text{ A}
\end{aligned}
$$

この結果は当然ながらテブナン等価回路を用いて解いた結果と一致している．