# 電気回路演習 II 第 4 回 (平成 19 年 11 月 2 日 (金))

## 演習

1. 図 1 に示す回路に対して以下の問に答よ．
   (a) 閉路方程式を立てるため，図中に閉路電流を示せ．
   (b) 閉路方程式を立て，行列の形で表せ．ただし，角周波数は $\omega$ とする．

2. 図 2 に示す回路に対して以下の問に答よ．
   (a) 閉路方程式を立てるため，図中に閉路電流を示せ．
   (b) 閉路方程式を立て，行列の形で表せ．ただし，角周波数は $\omega$ とする．
   (c) $R_1 = 1\ \Omega$，$R_2 = 2\ \Omega$，$L_1 = \frac{1}{25\pi}$ H，$L_2 = \frac{1}{100\pi}$ H，$C_1 = \frac{1}{300\pi}$ F，$C_2 = \frac{1}{200\pi}$ F，$V_1 = 10$ V，$V_2 = 5$ V，周波数 $f = 50$ Hz として，(b) で求めた式に数値を代入した式を示せ．
   (d) (c) で求めた閉路行列の行列式の値 $\Delta$ を求めよ．
   (e) (c) で求めた方程式を Cramer の公式を用いて解き，閉路電流を求めよ．(分母を実数化すること)
   (f) (e) で求めた解を (c) の式に代入し，答が (c) の解として正しいことを確認せよ．

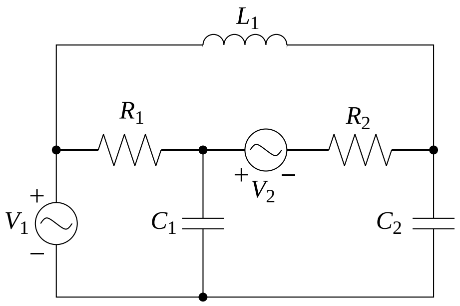



図 1

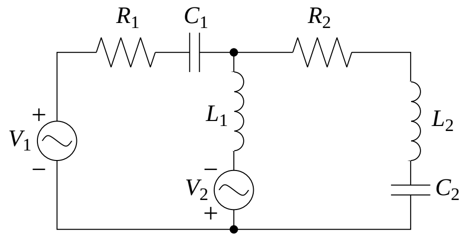
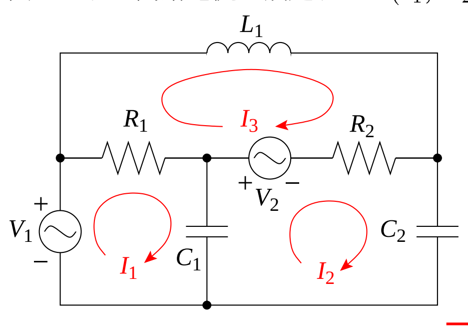



図 2

## 解答

1. (a) 図のように閉路電流を設定する．($I_1$，$I_2$，$I_3$ の順番は問わない)




10

(b) 閉路方程式は以下のように書ける．

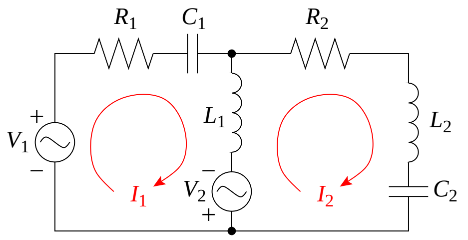
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ -V_2 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} & -\frac{1}{j\omega C_1} & -R_1 \\ -\frac{1}{j\omega C_1} & R_2 + \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2} & -R_2 \\ -R_1 & -R_2 & R_1 + R_2 + j\omega L_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

20

これを整理すると以下のように書ける．（採点は上の式までで良い）

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ -V_2 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 - j\frac{1}{\omega C_1} & j\frac{1}{\omega C_1} & -R_1 \\ j\frac{1}{\omega C_1} & R_2 - j\frac{C_1 + C_2}{\omega C_1 C_2} & -R_2 \\ -R_1 & -R_2 & R_1 + R_2 + j\omega L_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

2. (a) 図のように閉路電流を設定する．($I_1$，$I_2$ が逆でも可)




$\boxed{10}$

(b) 閉路方程式は以下のように書ける．

$$\begin{bmatrix} V_1+V_2 \\ -V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1+\frac{1}{j\omega C_1}+j\omega L_1 & -j\omega L_1 \\ -j\omega L_1 & R_2+j\omega L_1+\frac{1}{j\omega C_2}+j\omega L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad \boxed{20}$$

これを整理すると以下のように書ける．(採点は上の式までで良い)

$$\begin{bmatrix} V_1+V_2 \\ -V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1+j\left(\omega L_1-\frac{1}{\omega C_1}\right) & -j\omega L_1 \\ -j\omega L_1 & R_2+j\left\{\omega(L_1+L_2)-\frac{1}{\omega C_2}\right\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

(c) 与えられている数値を代入すると，以下の式を得る．

$$\begin{bmatrix} 15 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+j & -j4 \\ -j4 & 2+j3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad \boxed{5}$$

(d) 行列式の値は

$$\Delta = (1+j)(2+j3)-(-j4)^2 = 2+j3+j2-3+16 = 15+j5 = 5(3+j) \quad \boxed{10}$$

(e) Cramer の公式より

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{\begin{vmatrix} 15 & -j4 \\ -5 & 2+j3 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{15(2+j3)-(-5)(-j4)}{5(3+j)} = \frac{3(2+j3)-j4}{3+j} = \frac{6+j5}{3+j} = \frac{(6+j5)(3-j)}{3^2+1^2} \\ &= \frac{23+j9}{10}\ \mathrm{A} \quad \boxed{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{\begin{vmatrix} 1+j & 15 \\ -j4 & -5 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-5(1+j)-15(-j4)}{5(3+j)} = \frac{-(1+j)+j12}{3+j} = \frac{-1+j11}{3+j} = \frac{(-1+j11)(3-j)}{3^2+1^2} \\ &= \frac{8+j34}{10} = \frac{4+j17}{5}\ \mathrm{A} \quad \boxed{10} \end{aligned}$$

(f) 求まった答を (c) で求めた式の右辺に代入すると

$$\begin{aligned} \text{右辺} &= \begin{bmatrix} 1+j & -j4 \\ -j4 & 2+j3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{23+j9}{10} \\ \frac{4+j17}{5} \end{bmatrix} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} (1+j)(23+j9)-j4(8+j34) \\ -j4(23+j9)+(2+j3)(8+j34) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 23+j9+j23-9-j32+136 \\ -j92+36+16+j68+j24-102 \end{bmatrix} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 150 \\ -50 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ -5 \end{bmatrix} = \text{左辺} \quad \boxed{5} \end{aligned}$$

よって，(e) で求めた解は，(c) の方程式の解になっている．

## 小テスト

図に示す回路に対して以下の問に答よ．

(a) 閉路方程式を立てるため，図中に閉路電流を示せ．

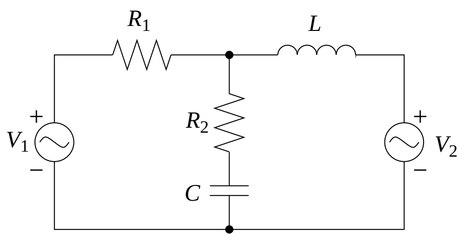
(b) 閉路方程式を立て，行列の形で表せ．ただし，角周波数は $\omega$ とする．

(c) $R_1 = 2\ \Omega$，$R_2 = 3\ \Omega$，$L = \frac{1}{50\pi}$ H，$C = \frac{1}{500\pi}$ F，$V_1 = 20$ V，$V_2 = 12$ V，周波数 $f = 50$ Hz として，(b) で求めた式に数値を代入した式を示せ．

(d) (c) で求めた閉路行列の行列式の値 $\Delta$ を求めよ．

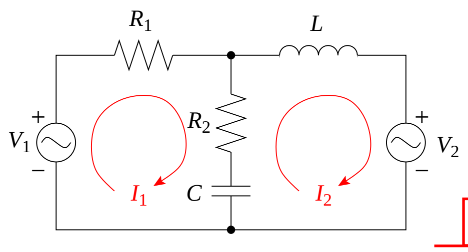
(e) (c) で求めた方程式を Cramer の公式を用いて解き，閉路電流を求めよ．(分母を実数化すること)

(f) (e) で求めた解を (c) の式に代入し，答が (c) の解として正しいことを確認せよ．




## 解答

(a) 図のように閉路電流を設定する．($I_1$，$I_2$ が逆でも可)




$\boxed{10}$

(b) 閉路方程式は以下のように書ける．

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ -V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C} & -R_2 - \frac{1}{j\omega C} \\ -R_2 - \frac{1}{j\omega C} & R_2 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad \boxed{40}$$

これを整理すると以下のように書ける．(採点は上の式までで良い)

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ -V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 - j\frac{1}{\omega C} & -R_2 + j\frac{1}{\omega C} \\ -R_2 + j\frac{1}{\omega C} & R_2 + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

(c) 与えられている数値を代入すると，以下の式を得る．

$$\begin{bmatrix} 20 \\ -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 - j5 & -3 + j5 \\ -3 + j5 & 3 - j3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad \boxed{10}$$

(d) 行列式の値は

$$\Delta = (5 - j5)(3 - j3) - (-3 + j5)^2 = 15 - j15 - j15 - 15 - 9 + j30 + 25 = 16 \quad \boxed{10}$$

(e) Cramer の公式より

$$
\begin{aligned}
I_1 &= \frac{\begin{vmatrix} 20 & -3+j5 \\ -12 & 3-j3 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{20(3-j3)-(-12)(-3+j5)}{16} = \frac{15(1-j)+3(-3+j5)}{4} \\
&= \frac{15-j15-9+j15}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}\ \mathrm{A} \quad \boxed{10}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
I_2 &= \frac{\begin{vmatrix} 5-j5 & 20 \\ -3+j5 & -12 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-12(5-j5)-20(-3+j5)}{16} = \frac{-15(1-j)-5(-3+j5)}{4} \\
&= \frac{-15+j15+15-j25}{4} = \frac{-j10}{4} = -j\frac{5}{2}\ \mathrm{A} \quad \boxed{10}
\end{aligned}
$$

(f) 求まった答を (c) で求めた式の右辺に代入すると

$$
\begin{aligned}
\text{右辺} &= \begin{bmatrix} 5-j5 & -3+j5 \\ -3+j5 & 3-j3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \\ -j\frac{5}{2} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3(5-j5)-j5(-3+j5) \\ 3(-3+j5)-j5(3-j3) \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 15-j15+j15+25 \\ -9+j15-j15-15 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 40 \\ -24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ -12 \end{bmatrix} = \text{左辺} \quad \boxed{10}
\end{aligned}
$$

よって，(e) で求めた解は，(c) の方程式の解になっている．