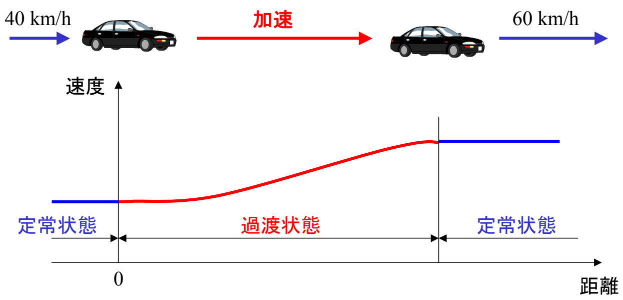
過渡現象とは

ある定常状態から別の定常状態に移行する間に起こる現象

例) 時速 40 km で走っている車が加速して時速 100 km になるまで

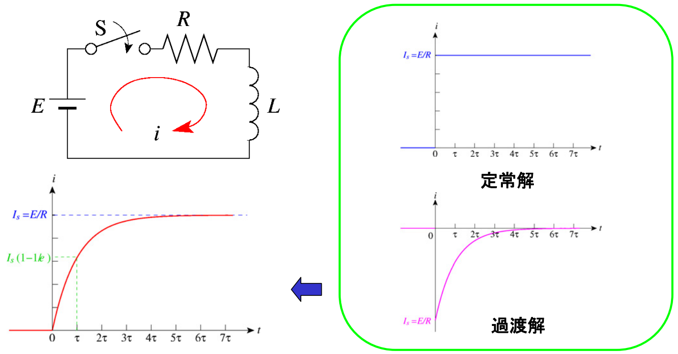


電気回路の過渡現象

RL 直列回路

スイッチを入れた直後 ⟶ L は開放　$i=0$

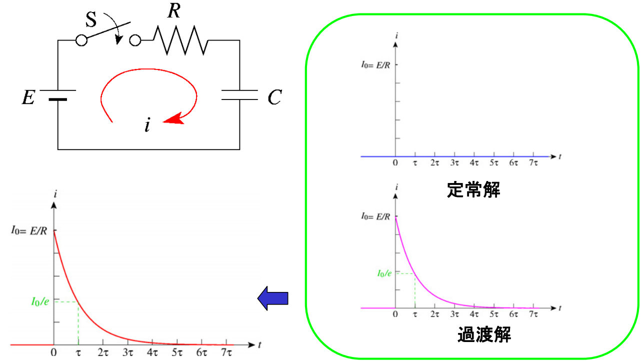
十分時間経過後 ⟶ L は短絡　$i=\dfrac{E}{R}$



RC 直列回路

スイッチを入れた直後 ⟶ C は短絡　$i=\dfrac{E}{R}$

定常状態 ⟶ C は開放　$i=0$



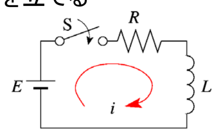
回路現象の一般解の求め方

(1) 閉路 (節点) 方程式を立てる

$v_L + v_R = E$

⬇

$L\dfrac{di}{dt} + Ri = E$　(閉路方程式)



$v_L = L\dfrac{di}{dt}$

$v_R = Ri$

$v_c = \dfrac{1}{C}\int idt = \dfrac{q}{C}$

(2) 微分方程式を解く (初期条件を入れる)

微分方程式の一般解 = 過渡解 + 定常解　$(i = i_t + i_s)$

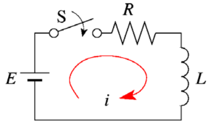
過渡解 : 十分時間が経つと 0 になる

定常解 : 回路の定常状態 ⟵ これまでの理論で解ける

(直流 : 一定，交流 : 正弦波)

微分方程式 $L\dfrac{di}{dt}+Ri=E$

初期条件 (t =0で) $i=0$



定常解 $L\dfrac{di_s}{dt}+Ri_s=E \xrightarrow{d/dt\to 0} Ri_s=E \longrightarrow i_s=\dfrac{E}{R}$

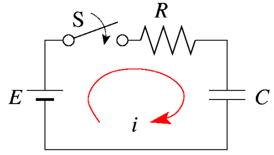
過渡解 $L\dfrac{di_t}{dt}+Ri_t=0 \longrightarrow i_t=Ae^{-t/\tau}$ $\left(\text{時定数}\ \tau=\dfrac{L}{R}\right)$

1階の微分方程式の解

$$\frac{di_t}{dt}=-\frac{R}{L}i_t \longrightarrow \frac{1}{i_t}\frac{di_t}{dt}=-\frac{R}{L} \xrightarrow{\text{積分}} \int\frac{1}{i_t}di_t=-\frac{R}{L}\int dt$$

$$\longrightarrow \ln i_t=-\frac{R}{L}t \longrightarrow i_t=e^{-\frac{R}{L}t}$$

RC **直列回路の場合**



閉路方程式

$v_R+v_C=E$

$Ri+\dfrac{q}{C}=E$ 　 $i=\dfrac{dq}{dt}$

$R\dfrac{dq}{dt}+\dfrac{q}{C}=E$

初期条件

$t=0$ で $q=0$

$q=q_t+q_s$

定常解 $R\dfrac{dq_s}{dt}+\dfrac{q_s}{C}=E \xrightarrow{d/dt\to 0} \dfrac{q_s}{C}=E \longrightarrow q_s=CE$

過渡解 $R\dfrac{dq_t}{dt}+\dfrac{q_t}{C}=0 \longrightarrow q_s=Ae^{-t/\tau}$ $(\text{時定数}\ \tau=CR)$

一般解

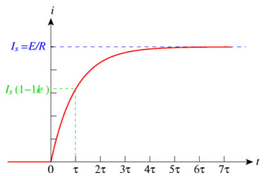
$i=i_t+i_s=Ae^{-t/\tau}+\dfrac{E}{R}$ ← A が未知

初期条件 $i(0)=0$

$A+\dfrac{E}{R}=0 \longrightarrow A=-\dfrac{E}{R}$

以上より

$i=\dfrac{E}{R}\left(1-e^{-t/\tau}\right)$ 　ただし $\tau=\dfrac{L}{R}$



一般解

$q=q_t+q_s=Ae^{-t/\tau}+CE$ ← A が未知

初期条件 $q(0)=0$

$A+CE=0 \longrightarrow A=-CE$

以上より

$q=CE\left(1-e^{-t/\tau}\right)$ 　ただし $\tau=CR$

$i=\dfrac{dq}{dt}=\dfrac{CE}{\tau}e^{-t/\tau}=\dfrac{E}{R}e^{-t/\tau}$