(1) (a)

変成器の基本式より

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 = j4I_1 + j3I_2$$
$$V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 = j3I_1 + j9I_2$$
$$V_2 = -\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right) I_2 = -\left(3 - j6\right) I_2$$

第 2 式と第 3 式より V_2 を消去すると

$$j3I_1 + j9I_2 = -(3 - j6)I_2 \quad \rightarrow \quad j3I_1 = (-3 + j3)I_2 \quad \rightarrow \quad I_2 = \frac{j3}{-3 - j3}I_1 = \frac{1}{-1 + j}I_1 = \frac{-1 - j}{2}I_1$$

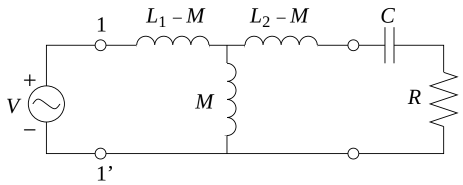
上式を第 1 式に代入すると

$$V_1 = j4I_1 + j3\frac{-1 - j}{2}I_1 = \frac{3 + j5}{2}I_1$$

よって，端子 $1 - 1'$ から右側を見た入力インピーダンスは

$$Z_i = \frac{V_1}{I_1} = \frac{3 + j5}{2} \ \Omega$$

(別解) 変成器を T 形等価回路に置き換えると以下のように書ける



したがって

$$\begin{aligned}
Z_i &= j\omega(L_1 - M) + \left\{ j\omega M // \left(j\omega(L_2 - M) + \frac{1}{j\omega C} + R \right) \right\} \\
&= j + \{ j3 // (j6 - j6 + 3) \} = j + (j3//3) = j + \frac{j3 \cdot 3}{3 + j3} = j + \frac{j3}{1 + j} = j + \frac{j3(1 - j)}{2} \\
&= \frac{5 + j3}{2} \ \Omega
\end{aligned}$$

(1) (b)

結合係数 $k = \dfrac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \dfrac{1}{2}$

(1) (c)

2 次側の負荷のインピーダンスは

$$Z_L = R + \frac{1}{j\omega C} = 3 - j6$$

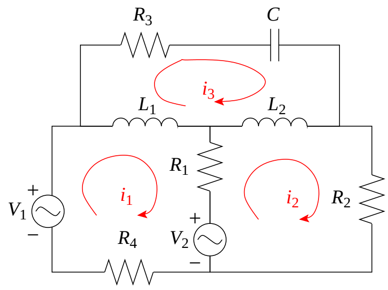
インピーダンス変換により 2 次側の素子を 1 次側に変換すると

$$Z_i = \frac{Z_L}{n^2} = \frac{4}{9}(3 - j6) = \frac{4 - j8}{3} \ \Omega$$

(1) (d)

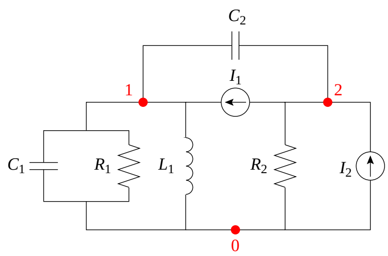
$$\frac{V_2}{V_1} = n = \frac{3}{2}, \qquad \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{n} = \frac{2}{3}$$

(2) (a) 次のように閉路電流を設定すると



$$\begin{bmatrix} V_1 - V_2 \\ V_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_1 + R_4) + j\omega L_1 & -R_1 - j\omega L_1 & \\ -R_1 & (R_1 + R_2) + j\omega L_2 & -j\omega L_2 \\ -j\omega L_1 & -j\omega L_2 & R_3 + j\omega(L_1 + L_2) + \frac{1}{j\omega C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

(2) (b) 次のように節点を設定すると



$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 - I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + j\omega(C_1 + C_2) + \frac{1}{j\omega L_1} & -j\omega C_2 \\ -j\omega C_2 & \frac{1}{R_2} + j\omega C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

(2) (c) 問題に与えられた数値を代入すると

$$\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - j & -j \\ -j & 1 + j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

行列式 Δ は

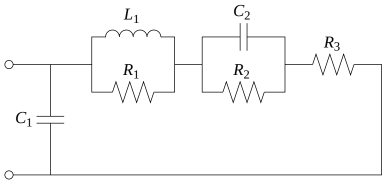
$$\Delta = (1 - j)(1 + j) - (-j)^2 = 2 + 1 = 3$$

節点電位 V_1, V_2 は

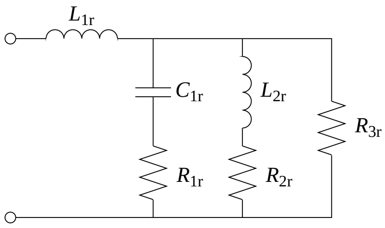
$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -j \\ 0 & 1 + j \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{6(1 - j)}{3} = 2(1 + j) \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 - j & 6 \\ -j & 0 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{j6}{3} = j2 \text{ V}$$

(3) 以下のように回路を書き換え



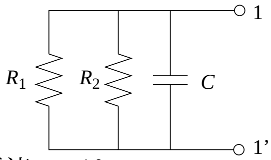
直列岐を並列岐に並列岐を直列岐に変えて逆回路を作ると



$$R_{1r} = \frac{R_0^2}{R_1}, \quad R_{2r} = \frac{R_0^2}{R_2}, \quad R_{3r} = \frac{R_0^2}{R_3}, \quad L_{1r} = C_1 R_0^2, \quad L_{2r} = C_2 R_0^2, \quad C_{1r} = \frac{L_1}{R_0^2}$$

(4)

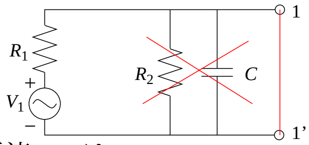
端子 $1-1'$ から左側を見たアドミタンスは



$$Y_0 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + j\omega C = \frac{R_1+R_2}{R_1R_2} + j\omega C$$

電圧源 V_1 のみを考えたときの短絡

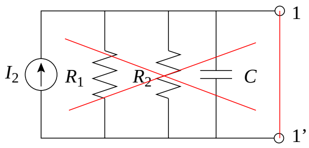
電流 I_{s1} は



$$I_{s1} = \frac{V_1}{R_1}$$

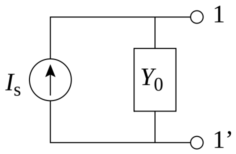
電流源 I_2 のみを考えたときの短絡

電流 I_{s2} は



$$I_{s2} = I_2$$

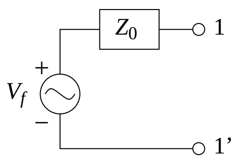
以上より，以下のノルトン等価回路が書ける



$$Y_0 = \frac{R_1+R_2}{R_1R_2} + j\omega C$$

$$I_s = I_{s1} + I_{s2} = \frac{V_1}{R_1} + I_2$$

ノルント等価回路からテブナン等価回路を求めると



$$Z_0 = \frac{1}{Y_0} = \left(\frac{R_1+R_2}{R_1R_2} + j\omega C\right)^{-1} = \frac{R_1R_2\left\{(R_1+R_2) - j\omega CR_1R_2\right\}}{(R_1+R_2)^2 + \omega^2C^2R_1^2R_2^2}$$

$$V_f = Z_0I_s = \frac{R_2(V_1+R_1I_2)\left\{(R_1+R_2) - j\omega CR_1R_2\right\}}{(R_1+R_2)^2 + \omega^2C^2R_1^2R_2^2}$$

また，伝送電力を最大にする Z_L は最大電力伝送定理からインピーダンスの共役整合を考え

$$Z_L = Z_0^* = \frac{R_1R_2\left\{(R_1+R_2) + j\omega CR_1R_2\right\}}{(R_1+R_2)^2 + \omega^2C^2R_1^2R_2^2}$$

のときである．