小テスト

(1) 図 1 に示す回路の端子 $1-1'$ から見たテブナン等価回路，ノルトン等価回路を求めなさい．また $R_1=R_3=10\ \Omega$，$R_2=1\ \Omega$，$R_4=4\ \Omega$，$V_1=20$ V，$I_2=10$ A としたときの開放電圧 V_f，短絡電流 I_s，内部インピーダンス Z_0，内部アドミタンス Y_0 を求めなさい．

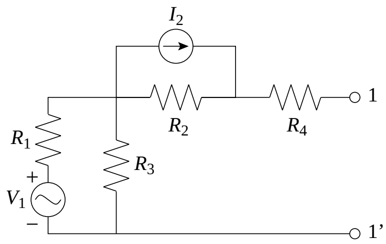


図 1

(2) 図 2 の回路において節点方程式を立てるために必要な節点を回路図中に○で示し，節点番号を付けなさい (ただし，すでに図中に示されている節点 0 は除く)．また，節点 0 を基準とした節点方程式を立て，行列の形で表しなさい．

また，$f=50$ Hz，$V_0=10$ V，$I_0=10$ A，$R_0=R_1=R_2=1\ \Omega$，$C_1=C_2=\frac{1}{100\pi}$ F，$L=\frac{1}{100\pi}$ H とするとき，節点 0 に対する各節点の電位を求めなさい．

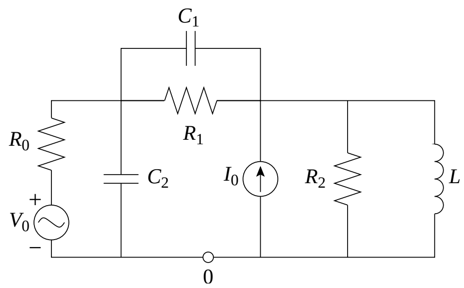


図 2

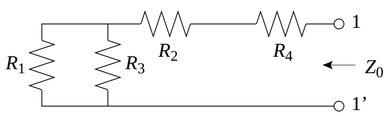
解答

(1)

テブナン等価回路

- 内部インピーダンス Z_0 の計算

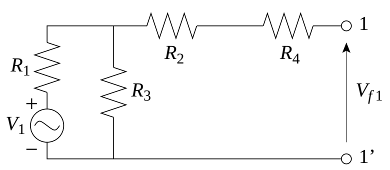
電圧源を短絡し，電流源を開放すると



$$Z_0 = R_2 + R_4 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}$$

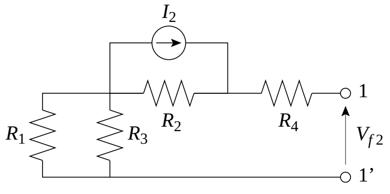
- 開放電圧 V_f の計算

電圧源 V_1 のみを考えた場合



$$V_{f1} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} V_1$$

電流源 I_2 のみを考えた場合

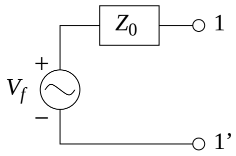


$$V_{f2} = R_2 I_2$$

よって開放電圧 V_f は

$$V_f = V_{f1} + V_{f2} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} V_1 + R_2 I_2$$

以上より，テブナン等価回路は

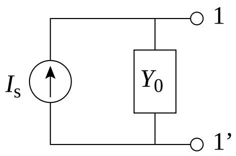


$$Z_0 = R_2 + R_4 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}$$

$$V_f = \frac{R_3}{R_1 + R_3} V_1 + R_2 I_2$$

ノルトン等価回路

テブナン等価回路より



$$Y_0 = \frac{1}{Z_0} = \frac{1}{R_2 + R_4 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{R_1 + R_3}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4) + R_1 R_3}$$

$$I_s = Y_0 V_f = \frac{R_3 V_1 + (R_1 + R_3) R_2 I_2}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4) + R_1 R_3}$$

与えられた値を代入すると

$$V_f = \frac{10}{10 + 10} \cdot 20 + 1 \cdot 10 = 20 \text{ V}$$

$$I_s = \frac{10 \cdot 20 + (10 + 10) \cdot 1 \cdot 10}{(10 + 10)(1 + 4) + 10 \cdot 10} = \frac{400}{200} = 2 \text{ A}$$

$$Z_0 = 1 + 4 + \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 10 \ \Omega$$

$$Y_0 = \frac{10 + 10}{(10 + 10)(1 + 4) + 10 \cdot 10} = \frac{20}{200} = 0.1 \text{ S}$$

(2)

ノルトンの定理を用いて電圧源を電流源に置き換え，図 2′ のように節点 1, 2 を配置すると節点方程式は

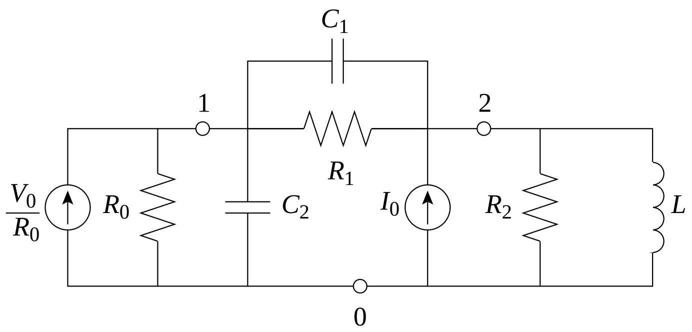


図 2′

$$\begin{bmatrix} \frac{V_0}{R_0} \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} + j\omega(C_1 + C_2) & -\frac{1}{R_1} - j\omega C_1 \\ -\frac{1}{R_1} - j\omega C_1 & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

節点方程式に与えられた値を代入すると

$$\begin{bmatrix} 10 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 + j2 & -1 - j \\ -1 - j & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

行列式 Δ の値は

$$\Delta = 2(2 + j2) - (-1 - j)^2 = 4 + j2$$

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -1 - j \\ 10 & 2 \end{vmatrix}}{4 + j2} = \frac{30 + j10}{4 + j2} = \frac{140 - j20}{20} = 7 - j \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 + j2 & 10 \\ -1 - j & 10 \end{vmatrix}}{4 + j2} = \frac{30 + j30}{4 + j2} = \frac{180 + j60}{20} = 9 + j3 \text{ V}$$