小テスト

(1) 図 1 に示す回路の R_0 に関する逆回路を求めなさい

(2) 図 2 に示す回路の R_0 に関する逆回路を求めなさい．また $f = 50$ Hz，$R_1 = 1\ \Omega$，$R_2 = 10\ \Omega$，$L_1 = \dfrac{1}{100\pi}$ H，$L_2 = \dfrac{1}{200\pi}$ H，$C = \dfrac{1}{50\pi}$ F，$R_0 = 1\ \Omega$ とするとき，元の回路の入力インピーダンス Z_i と逆回路の入力インピーダンス Z_{ri} を求め，$Z_i \cdot Z_{ri} = R_0^2$ の関係が成り立つことを示しなさい．

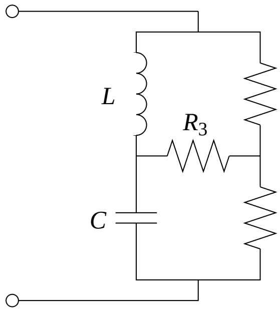


図 1

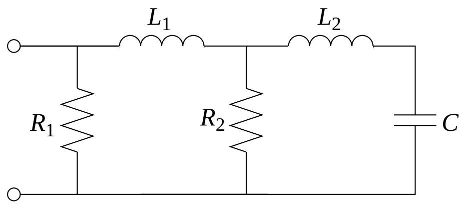


図 2

解答

(1) 図 1′ のように便宜的に電圧源を加え，節点 0〜3 を考え，逆回路を作る．

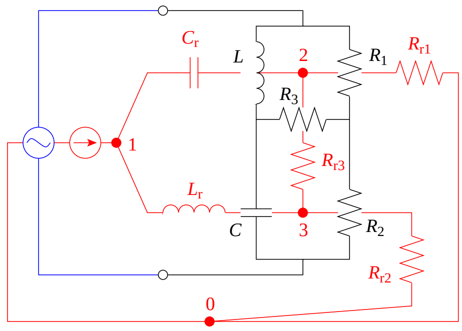
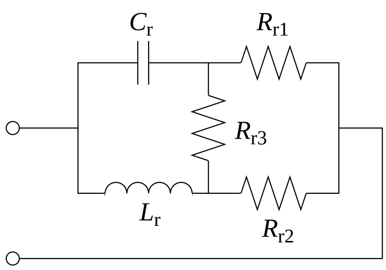


図 1′

図 1′ から電流源を取り除き整理すると



$$R_{r1} = \frac{R_0^2}{R_1}, \quad R_{r2} = \frac{R_0^2}{R_2}, \quad R_{r3} = \frac{R_0^2}{R_3}, \quad C_r = \frac{L}{R_0^2}, \quad L_r = CR_0^2$$

(2) R_2，L_2，C を 1 つの素子 Z_A と考え，図 2-a のように書き換える．素子 Z_A に対する逆回路を求めると図 2-b のようになり，これを Z_{rA} とする．

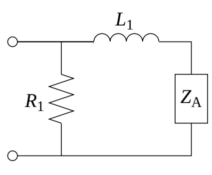


図 2-a

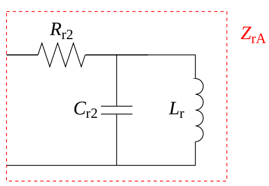


図 2-b

図 2-a に対する逆回路を求めると，図 2-c のようになり，Z_{rA} を図 2-b で置き換えると，図 2 に対する逆回路が図 2-d のように求められる．

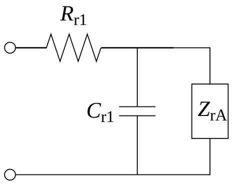


図 2-c

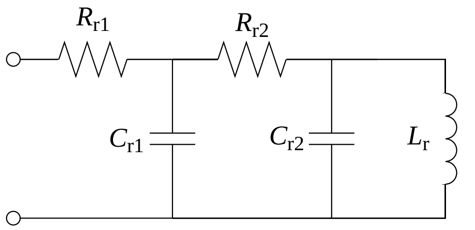


図 2-d

$$R_{r1} = \frac{R_0^2}{R_1}, \quad R_{r2} = \frac{R_0^2}{R_2}, \quad C_{r1} = \frac{L_1}{R_0^2}, \quad C_{r2} = \frac{L_2}{R_0^2}, \quad L_r = CR_0^2$$

元の回路 (図 2) の C_2 と L の直列共振回路のインピーダンス Z は

$$Z = j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C} = j\left(\frac{100\pi}{200\pi} - \frac{1}{\dfrac{100\pi}{50\pi}}\right) = 0\ \Omega$$

よって，図 2 の回路は図 2-e のように考えることができ，入力インピーダンス Z_i は

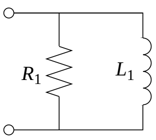


図 2-e

$$Z_i = \frac{1}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{j\omega L_1}} = \frac{j\omega L_1 R_1}{R_1 + j\omega L_1} = \frac{j\dfrac{100\pi}{100\pi}}{1 + j\dfrac{100\pi}{100\pi}} = \frac{j}{1+j} = \frac{1+j}{2}\ \Omega$$

逆回路 (図 2-d) の C_{r2} と L_r の並列共振回路のインピーダンス Z は

$$\begin{aligned} Z &= \frac{1}{\dfrac{1}{j\omega L_r} + j\omega C_{r2}} = \frac{j\omega L_r}{1 - \omega^2 C_{r2} L_r} = \frac{j\omega C R_0^2}{1 - \omega^2 \cdot \dfrac{L_2}{R_0^2} \cdot CR_0^2} = \frac{j\omega C R_0^2}{1 - \omega^2 L_2 C} \\ &= \frac{j\dfrac{100\pi}{50\pi}}{1 - 10000\pi^2 \cdot \dfrac{1}{200\pi} \cdot \dfrac{1}{50\pi}} = \frac{j2}{1-1} = \infty\ \Omega \end{aligned}$$

よって，図 2-d の回路は図 2-f のように考えることができ，入力インピーダンス Z_{ri} は

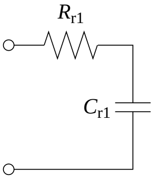


図 2-f

$$Z_{ri} = R_{r1} + \frac{1}{j\omega C_{r1}} = \frac{R_0^2}{R_1} + \frac{1}{j\omega\dfrac{L_1}{R_0^2}} = 1 + \frac{1}{j\dfrac{100\pi}{100\pi}} = 1 - j\ \Omega$$

以上より

$$Z_i \cdot Z_{ri} = \frac{1+j}{2} \cdot (1-j) = 1 = 1^2 = R_0^2$$