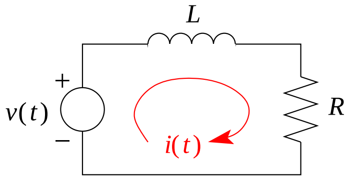
**小テスト**

図の $RL$ 直列回路において，以下の設問に答えなさい．ただし，$R = 10\ \Omega$，$L = 5\ \mathrm{H}$ とする．




(a) 入力電圧を $v(t) = 10e^{-t}u(t)$ [V] としたときの電流 $i(t)$ を求めなさい．

(b) 入力電圧を $v(t) = 5\left(u(t) - e^{-3t}u(t)\right)$ [V] としたときの電流 $i(t)$ を求めなさい．

**解答**

図の回路方程式は

$$Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} = v(t)$$

入力電圧 $v(t)$ のラプラス変換を $V(s)$ とし，上式をラプラス変換する

$$RI(s) + L\left\{sI(s) - i(0)\right\} = V(s)$$

与えられた値を代入する

$$10I(s) + 5 \cdot sI(s) = 5(s+2)I(s) = V(s)$$

よって

$$I(s) = \frac{V(s)}{5(s+2)}$$

(a) $v(t)$ をラプラス変換する

$$V(s) = \int_0^\infty 10e^{-t} \cdot e^{-st}dt = \left[\frac{-10e^{-(s+1)t}}{s+1}\right]_0^\infty = \frac{10}{s+1}$$

よって

$$I(s) = \frac{2}{(s+1)(s+2)}$$

$I(s)$ を逆ラプラス変換する

$$\begin{aligned} I(s) &= \mathcal{L}^{-1}\left\{I(s)\right\} = (s+1)I(s)e^{st}\Big|_{s=-1} + (s+2)I(s)e^{st}\Big|_{s=-2} \\ &= \left.\frac{2e^{st}}{s+2}\right|_{s=-1} + \left.\frac{2e^{st}}{s+1}\right|_{s=-2} = 2\left(e^{-t} - e^{-2t}\right)\ [\mathrm{A}] \end{aligned}$$

(b) $v(t)$ をラプラス変換する

$$\begin{aligned} V(s) &= \int_0^\infty 5\left(u(t) - e^{-3t}u(t)\right)e^{-st}dt \\ &= 5\left[\frac{e^{-st}}{-s} - \frac{e^{-(s+3)t}}{-(s+3)}\right]_0^\infty = 5\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+3}\right) \end{aligned}$$

よって

$$I(s) = \frac{1}{s+2}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+3}\right) = \frac{1}{s(s+2)} - \frac{1}{(s+2)(s+3)} = I_1(s) - I_2(s)$$

$I(s)$ を逆ラプラス変換する

$$\begin{aligned} I(s) &= sI_1(s)e^{st}\Big|_{s=0} + (s+2)I_1(s)e^{st}\Big|_{s=-2} - (s+2)I_2(s)e^{st}\Big|_{s=-2} - (s+3)I_2(s)e^{st}\Big|_{s=-3} \\ &= \left.\frac{e^{st}}{s+2}\right|_{s=0} + \left.\frac{e^{st}}{s}\right|_{s=-2} - \left.\frac{e^{st}}{s+3}\right|_{s=-2} - \left.\frac{e^{st}}{s+2}\right|_{s=-3} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{e^{-2t}}{2} - e^{-2t} + e^{-3t} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{3}{2}e^{-2t} + e^{-3t} \ [\mathrm{A}] \end{aligned}$$