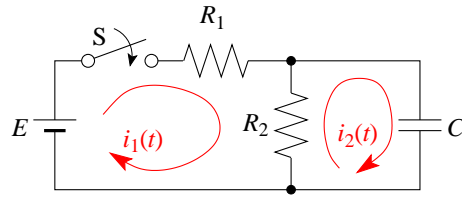


小テスト

図の回路において，時刻  $t = 0$  でスイッチ  $S$  を閉じるとして，設問に答えなさい．



- (a) 時刻  $0 < t$  での，電流  $i_1(t)$ ， $i_2(t)$  についての回路方程式を求めなさい．  
 (b) 設問 (a) で求めた回路方程式をラプラス変換した式を求めなさい．

以下の設問では  $R_1 = 2 \Omega$ ， $R_2 = 4 \Omega$ ， $C = 0.25 \text{ F}$ ， $E = 10 \text{ V}$ ， $i_1(0) = i_2(0) = 0$ ， $t = 0$  でのコンデンサの電荷は 0 として解答しなさい．

- (c) 設問 (b) で求めた式に具体的に与えられた値を代入し，行列の形にまとめた式を書きなさい．  
 (d) 設問 (c) の式から電流  $I_1(s)$ ， $I_2(s)$  を求めなさい．  
 (e)  $I_1(s)$ ， $I_2(s)$  を逆ラプラス変換し，電流  $i_1(t)$ ， $i_2(t)$  を求めなさい．

解答

(a)

$$\begin{aligned} R_1 i_1(t) + R_2 (i_1(t) - i_2(t)) &= E \\ R_2 (i_2(t) - i_1(t)) + \frac{1}{C} \int i_2(t) dt &= 0 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} R_1 I_1(s) + R_2 (I_1(s) - I_2(s)) &= \frac{E}{s} \\ R_2 (I_2(s) - I_1(s)) + \frac{1}{C} \left\{ \frac{I_2(s)}{s} + \frac{1}{s} \int i_2(t) dt \Big|_{t=0} \right\} &= 0 \end{aligned}$$

(c) 設問 (b) で求めた式に与えられた値を代入すると

$$\begin{aligned} 2I_1(s) + 4(I_1(s) - I_2(s)) &= \frac{10}{s} \\ 4(I_2(s) - I_1(s)) + \frac{4I_2(s)}{s} &= 0 \end{aligned}$$

行列にまとめると

$$\begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -4 & 4(1 + \frac{1}{s}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{10}{s} \\ 0 \end{bmatrix}$$

(d) 行列式の値は

$$\Delta = 24 \left( 1 + \frac{1}{s} \right) - 16 = 8 \left( 1 + \frac{3}{s} \right)$$

Cramer の公式より

$$I_1(s) = \frac{\begin{vmatrix} \frac{10}{s} & -4 \\ 0 & 4(1 + \frac{1}{s}) \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{40 \cdot \frac{s+1}{s^2}}{8(1 + \frac{3}{s})} = \frac{5(s+1)}{s(s+3)}$$

$$I_2(s) = \frac{\begin{vmatrix} 6 & \frac{10}{s} \\ -4 & 0 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{\frac{40}{s}}{8\left(1 + \frac{3}{s}\right)} = \frac{5}{s+3}$$

(e)

$$\begin{aligned} i_1(t) &= \mathcal{L}^{-1}\{I_1(s)\} = sI_1(s)e^{st}\Big|_{s=0} + (s+3)I_1(s)e^{st}\Big|_{s=-3} \\ &= \frac{5(s+1)}{s+3}e^{st}\Big|_{s=0} + \frac{5(s+1)}{s}e^{st}\Big|_{s=-3} = \frac{5}{3} + \frac{10}{3}e^{-3t} \\ &= \frac{5}{3}(1 + 2e^{-3t}) \text{ [A]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_2(t) &= \mathcal{L}^{-1}\{I_2(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{5}{s+3}\right\} \\ &= 5e^{-3t} \text{ [A]} \end{aligned}$$