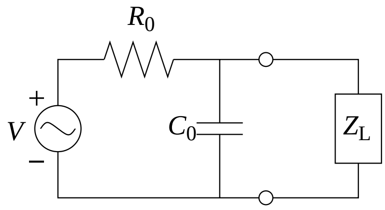
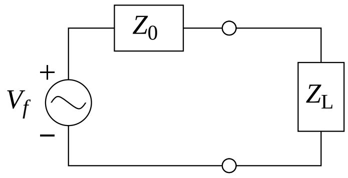
課題 1

下図の回路で電源の角周波数を ω とし，以下に示す素子を用いて負荷を構成するとき，負荷に供給される電力を最大にするための回路と素子値を求めよ
(1) R_L，(2) R_L，C_L，(3) R_L，L_L



解答

テブナン等価回路を求めると，問題の回路は以下のように書ける．



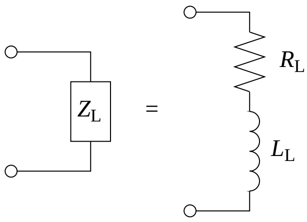
ここに

$$Z_0 \quad = \quad R_0 // \frac{1}{j\omega C_0} = \frac{\frac{R_0}{j\omega C_0}}{R_0 + \frac{1}{j\omega C_0}} = \frac{R_0}{1 + j\omega C_0 R_0} = \frac{R_0 - j\omega C_0 R_0^2}{1 + \omega^2 C_0^2 R_0^2}$$

インピーダンスの共役整合条件より

$$Z_L = Z_0^* = \frac{R_0 + j\omega C_0 R_0^2}{1 + \omega^2 C_0^2 R_0^2}$$

となれば良いので，電力を最大にするには以下の回路を構成すれば良いことがわかる



ただし

$$R_L = \frac{R_0}{1 + \omega^2 C_0^2 R_0^2}$$

$$j\omega L_L = \frac{j\omega C_0 R_0^2}{1 + \omega^2 C_0^2 R_0^2} \quad \rightarrow \quad L_L = \frac{C_0 R_0^2}{1 + \omega^2 C_0^2 R_0^2}$$

これは (3) の場合の答になっている．

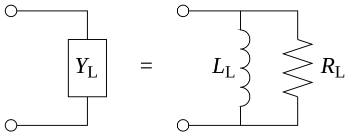
また

$$Y_0 = \frac{1}{R_0} + j\omega C_0$$

より，アドミタンスの共役整合条件より

$$Y_L = Y_0^* = \frac{1}{R_0} - j\omega C_0$$

であれば良く，以下の回路を得る



ただし

$$\frac{1}{R_L} = \frac{1}{R_0} \quad \rightarrow \quad R_L = R_0$$

$$\frac{1}{j\omega L_L} = -j\omega C_0 \quad \rightarrow \quad L_L = \frac{1}{\omega^2 C_0}$$

これも (3) の場合の答である．

(1) の問題では Z_{0r}，Z_{0i} を実数として $Z_0 = Z_{0r} + jZ_{0i}$，$Z_L = R_L$ と置くと，負荷で消費される電力は

$$P = \frac{R_L|V_f|^2}{(Z_{0r} + R_L)^2 + Z_{0i}^2}$$

P の最大値を求めるため R_L で微分すると

$$\frac{\partial P}{\partial R_L} = \frac{(Z_{0r} + R_L)^2 + Z_{0i}^2 - R_L \cdot 2(Z_{0r} + R_L)}{\{(Z_{0r} + R_L)^2 + Z_{0i}^2\}^2} = \frac{Z_{0r}^2 - R_L^2 + Z_{0i}^2}{\{(Z_{0r} + R_L)^2 + Z_{0i}^2\}^2}$$

よって，$\partial P/\partial R_L = 0$ となるのは

$$R_L = \sqrt{Z_{0r}^2 + Z_{0i}^2} = |Z_0| = \frac{R_0}{\sqrt{1 + \omega^2 C_0^2 R_0^2}}$$

(2) の場合については，例えば RC 直列接続を考えると

$$P = \frac{R_L|V_f|^2}{(Z_{0r} + R_L)^2 + (Z_{0i} - \frac{1}{\omega C})^2}$$

ここで $Z_{0i} < 0$ なので，分母第 2 項の最小値は $C_L = \infty$ のとき Z_{0i}．$C_L = \infty$ とすると R_L の最適値はは (1) の場合と同じになる．