電気回路演習 II 第 8 回 (平成 18 年 12 月 8 日 (金))

演習

(1) 図 1 に示す回路の端子 $1-1'$ から見たテブナン等価回路，ノルトン等価回路を求めなさい．また $R_1 = R_3 = 1\ \Omega$，$R_2 = 2\ \Omega$，$R_4 = 3\ \Omega$，$I_1 = 4$ A，$V_2 = 8$ V としたときの開放電圧 V_f，短絡電流 I_s，内部インピーダンス Z_0，内部アドミタンス Y_0 を求めなさい．

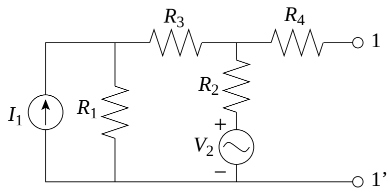


図 1

(2) 図 2 の回路において節点方程式を立てるために必要な節点を回路図中に○で示し，節点番号を付けなさい (ただし，すでに図中に示されている節点 0 は除く)．また，節点 0 を基準とした節点方程式を立て，行列の形で表しなさい．

また，$f = 50$ Hz，$V_0 = 5$ V，$I_0 = -10$ A，$R_0 = R_1 = 2\ \Omega$，$R_2 = R_3 = 1\ \Omega$，$L_1 = L_2 = \frac{1}{100\pi}$ H，$C_1 = C_2 = \frac{1}{100\pi}$ F とするとき，節点 0 に対する各節点の電位を求めなさい．

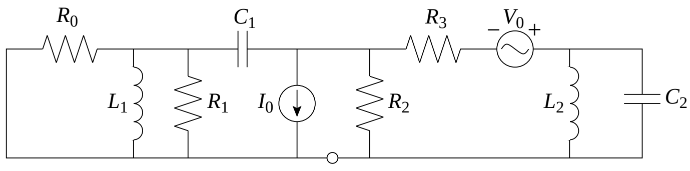


図 2

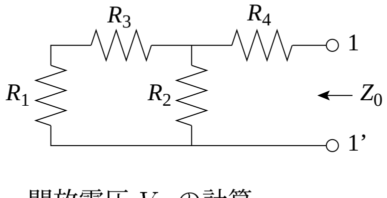
解答

(1)

テブナン等価回路

- 内部インピーダンス Z_0 の計算

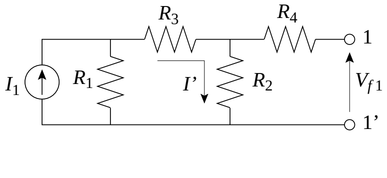
電圧源を短絡し，電流源を開放すると



$$Z_0 = R_4 + \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

- 開放電圧 V_f の計算

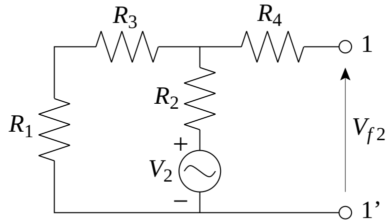
電流源 I_1 のみを考えた場合



$$I' = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} I_1$$

$$V_{f1} = R_2 I' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} I_1$$

電圧源 V_2 のみを考えた場合

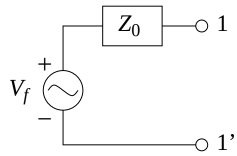


$$V_{f2} = \frac{R_1 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} V_2$$

よって開放電圧 V_f は

$$V_f = V_{f1} + V_{f2} = \frac{(R_1 + R_3)V_2 + R_1 R_2 I_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

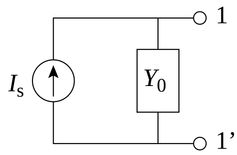
以上より，テブナン等価回路は



$$Z_0 = R_4 + \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$$
$$V_f = \frac{(R_1 + R_3)V_2 + R_1 R_2 I_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

ノルトン等価回路

テブナン等価回路より



$$Y_0 = \frac{1}{Z_0} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_4(R_1 + R_2 + R_3) + R_2(R_1 + R_3)}$$
$$I_s = Y_0 V_f = \frac{(R_1 + R_3)V_2 + R_1 R_2 I_1}{R_4(R_1 + R_2 + R_3) + R_2(R_1 + R_3)}$$

与えられた値を代入すると

$$V_f = \frac{(1+1)\cdot 8 + 1 \cdot 2 \cdot 4}{1+2+1} = \frac{24}{4} = 6\ \mathrm{V}$$
$$I_s = \frac{(1+1)\cdot 8 + 1 \cdot 2 \cdot 4}{3\cdot(1+2+1) + 2\cdot(1+1)} = \frac{24}{16} = 1.5\ \mathrm{A}$$
$$Z_0 = 3 + \frac{2(1+1)}{1+2+1} = 3 + \frac{4}{4} = 4\ \Omega$$
$$Y_0 = \frac{1+2+1}{3\cdot(1+2+1) + 2\cdot(1+1)} = \frac{4}{16} = 0.25\ \mathrm{S}$$

(2)

ノルトンの定理を用いて電圧源を電流源に置き換え，図 2′ のように節点 1, 2, 3 を配置すると節点方程式は

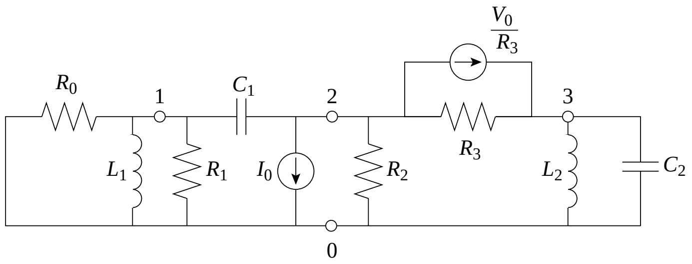


図 2′

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -I_0 - \frac{V_0}{R_3} \\ \frac{V_0}{R_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega L_1} + j\omega C_1 & -j\omega C_1 & 0 \\ -j\omega C_1 & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + j\omega C_1 & -\frac{1}{R_3} \\ 0 & -\frac{1}{R_3} & \frac{1}{R_3} + \frac{1}{j\omega L_2} + j\omega C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

節点方程式に与えられた値を代入すると

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -j & 0 \\ -j & 2+j & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

行列式 Δ の値は

$$\Delta = (2+j) - (-1)^2 - (-j)^2 = 2+j$$

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -j & 0 \\ 5 & 2+j & -1 \\ 5 & -1 & 1 \end{vmatrix}}{2+j} = \frac{-(-j)\cdot 10}{2+j} = 2 + j4 \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -j & 5 & -1 \\ 0 & 5 & 1 \end{vmatrix}}{2+j} = \frac{10}{2+j} = 4 - j2 \text{ V}$$

$$V_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -j & 0 \\ -j & 2+j & 5 \\ 0 & -1 & 5 \end{vmatrix}}{2+j} = \frac{5(2+j) + 5 - (-j)^2 \cdot 5}{2+j} = \frac{20+j5}{2+j} = 9 - j2 \text{ V}$$