

電気回路演習 II 第 7 回 (平成 18 年 11 月 24 日 (金))

演習

- (1) 図 1 の回路を参照し、設問に答えなさい

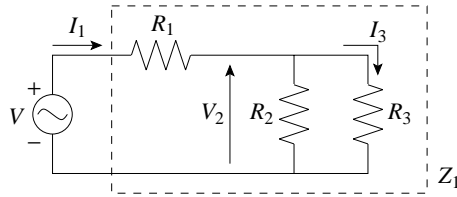


図 1

- (a) 抵抗 R_1, R_2, R_3 の合成抵抗値 Z_1 を求めなさい
 (b) 電位 V_2 を求めなさい
 (c) 電流 I_3 を求めなさい
 (d) 抵抗 R_3 で消費される電力 P を求めなさい
 (e) 抵抗 R_3 で消費される電力が最大となる R_3 を、電力 P を R_3 で微分することにより求めなさい。また、このとき R_3 で消費される電力 P_{\max} を求めなさい

ヒント $f(x) = \frac{h(x)}{g(x)}$ の x での微分は $f'(x) = \frac{h'(x)g(x) - h(x)g'(x)}{g(x)^2}$

- (2) 図 2 に示す回路において負荷抵抗 R_L での消費電力を最大にするための R_L, L_L を求めなさい。また、このときの R_L での消費電力を求めなさい。

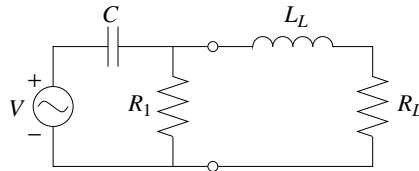


図 2

解答

(1) (a) $Z_1 = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$

(b) $V_2 = \frac{\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} V = \frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} V$

(c) $I_3 = \frac{V_2}{R_3} = \frac{R_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} V$

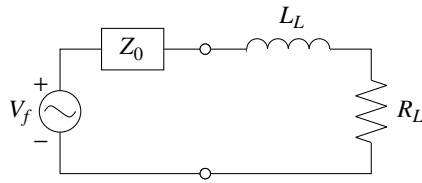
(d) $P = |I_3|^2 R_3 = \frac{R_2^2 R_3 |V|^2}{(R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1)^2}$

(e) $\frac{\partial P}{\partial R_3} = \frac{R_2^2 (R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1) - 2(R_1 + R_2) R_2^2 R_3}{(R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1)^3} |V|^2 = 0$

$R_1 R_2 + (R_1 + R_2) R_3 - 2(R_1 + R_2) R_3 = 0 \quad \rightarrow \quad R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

$P = \frac{R_2^2 R_3 |V|^2}{\{R_1 R_2 + (R_1 + R_2) R_3\}^2} = \frac{\frac{R_1 R_2^3}{R_1 + R_2}}{(2R_1 R_2)^2} |V|^2 = \frac{R_2}{4R_1(R_1 + R_2)} |V|^2$

(2) テブナン等価回路に書き換えると



$$Z_0 = R_1 + jX_0 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + j\omega C} = \frac{R_1}{1 + j\omega CR_1} = \frac{R_1}{1 + (\omega CR_1)^2} - j \frac{\omega CR_1^2}{1 + (\omega CR_1)^2}$$

$$V_f = \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} V = \frac{j\omega CR_1}{1 + j\omega CR_1} V$$

最大電力伝送定理より

$$Z_0 = Z_L^*$$

$$Z_L = R_L + jX_L = R_L + j\omega L_L$$

$$R_{L,opt} = R_0 = \frac{R_1}{1 + (\omega CR_1)^2}$$

$$X_{L,opt} = -X_0$$

$$\omega L_{L,opt} = \frac{\omega CR_1^2}{1 + (\omega CR_1)^2}$$

$$L_{L,opt} = \frac{CR_1^2}{1 + (\omega CR_1)^2}$$

$$P_{\max} = \frac{|V_f|^2}{4R_0} = \frac{\frac{(\omega CR_1)^2}{1 + (\omega CR_1)^2} |V|^2}{4 \frac{R_1}{1 + (\omega CR_1)^2}} = \frac{(\omega C)^2 R_1 |V|^2}{4}$$