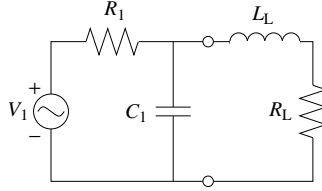


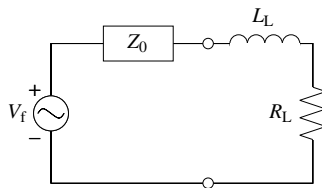
小テスト

下図の交流回路において負荷抵抗  $R_L$  での消費電力を最大にするための  $R_L$ ,  $L_L$  の最適値とそのときの消費電力を求めよ。また,  $R_L$  のみ変化できる場合の  $R_L$  の最適値を求めよ。



解答

電源をテブナン等価回路に置き換える



$$Z_0 = R_0 + jX_0 = \frac{\frac{R_1}{j\omega C_1}}{\frac{1}{j\omega C_1} + R_1} = \frac{R_1}{1 + j\omega C_1 R_1} = \frac{R_1 - j\omega C_1 R_1^2}{1 + \omega^2 C_1^2 R_1^2}$$

$$V_f = \frac{\frac{1}{j\omega C_1}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} V_1 = \frac{1}{1 + j\omega C_1 R_1} V_1$$

$R_L$ ,  $C_L$  とともに可変の場合, 最大電力伝送定理より

$$R_{L,opt} = R_0 = \frac{R_1}{1 + \omega^2 C_1^2 R_1^2}$$

$$j\omega L_{L,opt} = -jX_0 = \frac{j\omega C_1 R_1^2}{1 + \omega^2 C_1^2 R_1^2} \rightarrow L_{L,opt} = \frac{C_1 R_1^2}{1 + \omega^2 C_1^2 R_1^2}$$

$$P_{max} = \frac{|V_f|^2}{4R_0} = \frac{1}{1 + \omega^2 C_1^2 R_1^2} |V_1|^2 \frac{1 + \omega^2 C_1^2 R_1^2}{4R_1} = \frac{|V_1|^2}{4R_1}$$

$R_L$  のみ可変の場合

$$I_L = \frac{V_f}{Z_0 + R_L + j\omega L_L} = \frac{V_f}{(R_0 + R_L) + j(X_0 + \omega L_L)}$$

$R_L$  の実消費電力は

$$P = R_L |I_L|^2 = \frac{R_L |V_f|^2}{(R_0 + R_L)^2 + (X_0 + \omega L_L)^2}$$

$P$  を  $R_L$  で微分すると

$$\frac{dP}{dR_L} = \frac{(R_0 + R_L)^2 + (X_0 + \omega L_L)^2 - 2R_L(R_0 + R_L)}{\{(R_0 + R_L)^2 + (X_0 + \omega L_L)^2\}^2} |V_f|^2$$

極値となるのは  $dP/dR_L = 0$  のときで

$$(R_0 + R_L)^2 + (X_0 + \omega L_L)^2 - 2R_L(R_0 + R_L) = 0$$

$$(R_0^2 - R_L^2) + (X_0 + \omega L_L)^2 = 0$$

$$R_L = \sqrt{R_0^2 + (X_0 + \omega L_L)^2} = \frac{\sqrt{R_1^2 + \{\omega L_L(1 + \omega^2 C_1^2 R_1^2) - \omega C_1 R_1^2\}^2}}{1 + \omega^2 C_1^2 R_1^2}$$