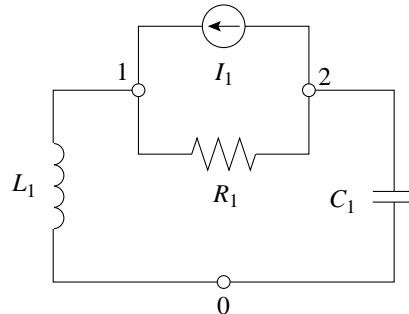


小テスト

下図の交流回路に対して節点0を基準とした節点方程式を書け．また， $f = 50 \text{ Hz}$ ， $R_1 = 1 \Omega$ ， $L_1 = \frac{1}{100\pi} \text{ H}$ ， $C_1 = \frac{1}{50\pi} \text{ F}$ ， $I_1 = 5 \text{ A}$ とするとき，節点0に対する節点1，2の電位 V_1 ， V_2 を求めよ．また，求まった解を節点方程式に代入し，式が満たされていることを確認せよ．



解答

節点方程式は行列形式で以下のように表される

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega L_1} & -\frac{1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + j\omega C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

数値を代入すると以下の式を得る

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-j & -1 \\ -1 & 1+j2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

行列式 Δ の値は

$$\Delta = (1-j)(1+j2) - (-1)^2 = 2+j$$

各節点電位は Cramer の公式を用いて以下のように求まる．

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -5 & 1+j2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{5(1+j2) - (-5) \times (-1)}{2+j} = \frac{j10}{2+j} = (2+j4) \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1-j & 5 \\ -1 & -5 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{(1-j) \times (-5) - 5 \times (-1)}{2+j} = \frac{j5}{2+j} = (1+j2) \text{ V}$$

得られた結果を節点方程式の右辺代入すると

$$\begin{bmatrix} 1-j & -1 \\ -1 & 1+j2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2+j4 \\ 1+j2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-j)(2+j4) - 1 \times (1+j2) \\ -1 \times (2+j4) + (1+j2) \times (1+j2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \end{bmatrix}$$

となり，Cramer の公式による解が正しいことが確認される．