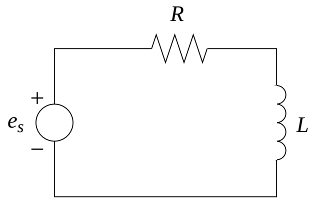
小テスト

下図の RL 直列回路で，以下の 2 つの入力電圧に対する電流の過渡応答を求めよ．なお，$R = 1\,\Omega$，$L = 0.2\,\mathrm{H}$，コイルの初期電流は 0 とする．

(1) $e_s(t) = 2e^{-3t}u(t)$ [V]，(2) $e_s(t) = \delta(t)$ [V]



時間があれば，(2) の結果を利用して (1) の結果を確認せよ．(採点はしない)

$$i(t) = \int_0^t h(\tau)\, e_s(t-\tau)\, d\tau \qquad (h(t) \text{ は回路のインパルス応答})$$

解答

電源のラプラス変換を $E_s(t)$ と書くと，回路方程式とそのラプラス変換は以下のようになる．

$$Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} = e_s(t)$$

$$(R + sL)\, I(s) = E_s(s) \qquad \rightarrow \qquad I(s) = \frac{E_s(s)}{(sL+R)} = \frac{1}{L}\frac{E_s(s)}{s+\frac{R}{L}} = \frac{5}{s+5}E_s(s)$$

(1) $\mathscr{L}\{2e^{-3t}\} = \dfrac{2}{s+3}$ であるので，

$$I(s) = \frac{5}{s+5}\cdot\frac{2}{s+3} = \frac{10}{(s+3)(s+5)} = \frac{5}{s+3} - \frac{5}{s+5}$$

$$i(t) = \mathscr{L}^{-1}\{I(s)\} = 5\left(e^{-3t} - e^{-5t}\right) \text{ [A]}$$

(2) $\mathscr{L}\{\delta(t)\} = 1$ であるので，インパルス応答は

$$I(s) = \frac{5}{s+5} \qquad \rightarrow \qquad i(t) = h(t) = \mathscr{L}^{-1}\{I(s)\} = 5e^{-5t} \text{ [A]}$$

(3) インンパルス応答から (1) の結果を求めると

$$\begin{aligned} i(t) &= \int_0^t h(\tau)\, e_s(t-\tau)\, d\tau = \int_0^t 5e^{-5\tau}\cdot 2e^{-3(t-\tau)} d\tau \\ &= 10e^{-3t}\int_0^t e^{-2\tau} d\tau = 10e^{-3t}\left[\frac{e^{-2\tau}}{-2}\right]_0^t = 5e^{-3t}\left(1 - e^{-2t}\right) \\ &= 5\left(e^{-3t} - e^{-5t}\right) \text{ [A]} \end{aligned}$$