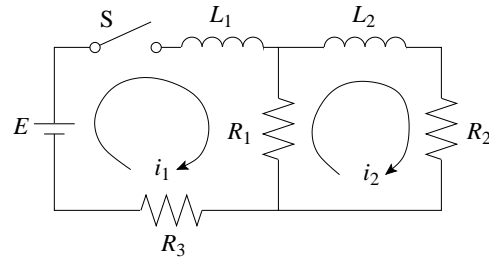


小テスト

下図の回路で、 $t = 0$ でスイッチ S を閉じた後の電流 i_R 、 i_C の時間変化を求めよ。 $R_1 = 2 \Omega$ 、 $R_2 = 4 \Omega$ 、 $R_3 = 1 \Omega$ 、 $L_1 = 1 \text{ H}$ 、 $L_2 = 1 \text{ H}$ 、 $E = 7 \text{ V}$ 、コイルの初期電流は 0 A とする。



解答

閉路方程式は以下のように書ける

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + R_1(i_1 - i_2) + R_3 i_1 = E u(t)$$

$$R_1(i_2 - i_1) + L_2 \frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 = 0$$

上式をラプラス変換すると

$$L_1(sI_1(s) - i_1(0)) + R_1(I_1(s) - I_2(s)) + R_3 I_1(s) = \frac{E}{s}$$

$$R_1(I_2(s) - I_1(s)) + L_2(sI_2(s) - i_2(0)) + R_2 I_2(s) = 0$$

初期条件を考慮して、具体的な数値を代入して、行列形式で表現すると

$$\begin{bmatrix} s+3 & -2 \\ -2 & s+6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7/s \\ 0 \end{bmatrix}$$

$V_L(s)$ 、 $V_C(s)$ について解くと

$$I_1(s) = \frac{7(s+6)}{s(s+2)(s+7)}$$

$$I_2(s) = \frac{14}{s(s+2)(s+7)}$$

$I_1(s)$ 、 $I_2(s)$ のラプラス逆変換は留数演算より

$$i_1(t) = (sI_1(s)e^{st})|_{s=0} + ((s+2)I_1(s)e^{st})|_{s=-2} + ((s+7)I_1(s)e^{st})|_{s=-7}$$

$$= 3 - \frac{14}{5}e^{-2t} - \frac{1}{5}e^{-7t} \text{ [A]}$$

$$i_2(t) = (sI_2(s)e^{st})|_{s=0} + ((s+2)I_2(s)e^{st})|_{s=-2} + ((s+7)I_2(s)e^{st})|_{s=-7}$$

$$= 1 - \frac{7}{5}e^{-2t} + \frac{2}{5}e^{-7t} \text{ [A]}$$