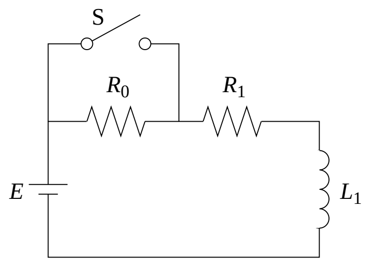
小テスト

下図の回路は定常状態であるとする．いま，$t=0$ でスイッチ S を閉じたとするとき，インダクタ L_1 に流れる電流 $i(t)$ を求め，$R_0=2R_1$ として時間変化を図示せよ．また，このときの時定数 τ を求めよ．



解答

定常状態でインダクタ L_1 に流れる電流は

$$I=\frac{E}{R_0+R_1}$$

である．また，$t=0$ でスイッチ S を閉じた後の回路方程式は

$$L_1\frac{di(t)}{dt}+R_1 i(t)=E$$

である．上式の定常解 $i_s(t)$ と 過渡解 $i_t(t)$ はそれぞれ以下のようになる．

- 定常解

$$R_1 i_s(t)=E \qquad \rightarrow \qquad i_s(t)=\frac{E}{R_1}$$

- 過渡解

$$L_1\frac{di_t(t)}{dt}+R_1 i_t(t)=0 \qquad \rightarrow \qquad i_t(t)=Ae^{-\frac{R_1}{L_1}t} \qquad (A:\text{積分定数})$$

したがって，一般解は以下のように与えられる．

$$i(t)=i_s(t)+i_t(t)=\frac{E}{R_1}+Ae^{-\frac{R_1}{L_1}t}$$

$t=0$ での初期条件より積分定数 A は以下のように求まる．

$$i(0)=\frac{E}{R_1}+A=\frac{E}{R_0+R_1} \qquad \rightarrow \qquad A=\left(\frac{1}{R_0+R_1}-\frac{1}{R_1}\right)E$$

以上より，電流 $i(t)$ は

$$i(t)=\frac{E}{R_1}+\left(\frac{1}{R_0+R_1}-\frac{1}{R_1}\right)Ee^{-\frac{R_1}{L_1}t}$$

と求まる．グラフは下図のようになる．また，時定数 τ は

$$\tau=\frac{L_1}{R_1}$$

である．