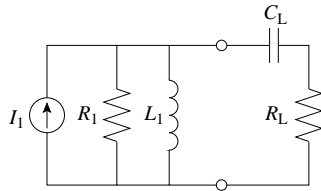


電気回路 II 演習・小テスト (第 8 回)

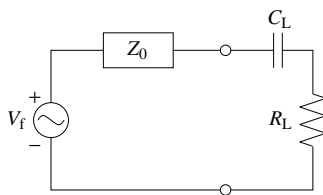
演習

下図の交流回路において負荷抵抗 R_L での消費電力を最大にするための R_L , C_L の最適値とそのときの消費電力を求めよ。また, R_L のみ変化できる場合の R_L の最適値を求めよ。



解答

電源をテブナン等価回路に置き換える



$$Z_0 = R_0 + jX_0 = \frac{j\omega L_1 R_1}{j\omega L_1 + R_1} = \frac{\omega^2 L_1^2 R_1 + j\omega L_1 R_1^2}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}$$

$$V_f = Z_0 I_1 = \frac{j\omega L_1 R_1}{j\omega L_1 + R_1} I_1$$

R_L , C_L とともに可変の場合, 最大電力伝送定理より

$$R_{L,opt} = R_0 = \frac{\omega^2 L_1^2 R_1}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}$$

$$\frac{1}{j\omega C_{L,opt}} = -jX_0 = -\frac{j\omega L_1 R_1^2}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2} \quad \rightarrow \quad C_{L,opt} = \frac{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}{\omega^2 L_1 R_1^2}$$

$$P_{max} = \frac{|V_f|^2}{4R_0} = \frac{\omega^2 L_1^2 R_1^2}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2} |I_1|^2 \frac{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}{4\omega^2 L_1^2 R_1} = \frac{R_1}{4} |I_1|^2$$

R_L のみ可変の場合

$$I_L = \frac{V_f}{Z_0 + R_L + \frac{1}{j\omega C_L}} = \frac{V_f}{(R_0 + R_L) + j(X_0 - \frac{1}{\omega C_L})}$$

R_L の実消費電力は

$$P = R_L |I_L|^2 = \frac{R_L |V_f|^2}{(R_0 + R_L)^2 + (X_0 - \frac{1}{\omega C_L})^2}$$

P を R_L で微分すると

$$\frac{dP}{dR_L} = \frac{(R_0 + R_L)^2 + (X_0 - \frac{1}{\omega C_L})^2 - 2R_L(R_0 + R_L)}{\{(R_0 + R_L)^2 + (X_0 - \frac{1}{\omega C_L})^2\}^2} |V_f|^2$$

極値となるのは $dP/dR_L = 0$ のときで

$$(R_0 + R_L)^2 + (X_0 - \frac{1}{\omega C_L})^2 - 2R_L(R_0 + R_L) = 0$$

$$(R_0^2 - R_L^2) + (X_0 - \frac{1}{\omega C_L})^2 = 0$$

$$R_L = \sqrt{R_0^2 + (X_0 - \frac{1}{\omega C_L})^2} = \frac{\sqrt{(\omega^3 C_L L_1^2 R_1)^2 + \{\omega^2 C_L L_1 R_1^2 - (R_1^2 + \omega^2 L_1^2)\}^2}}{\omega C_L (R_1^2 + \omega^2 L_1^2)}$$