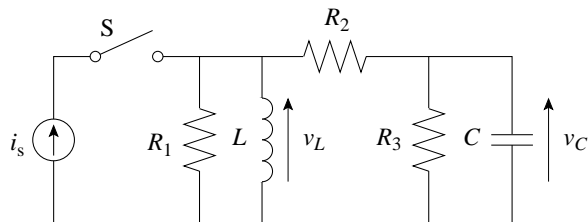


電気回路 II 演習・小テスト (第 14 回)

演習

下図の回路で、 $t = 0$ でスイッチ S を閉じた後の電圧 v_R 、 v_C の時間変化を求めよ。 $R_1 = 1 \Omega$ 、 $R_2 = 1 \Omega$ 、 $R_3 = 1 \Omega$ 、 $L = 1 \text{ H}$ 、 $C = 1 \text{ F}$ 、 $I_s = 2 \text{ A}$ 、コイルの初期電流は 0 A 、コンデンサの初期電荷は 0 C とする。



解答

節点方程式は以下のように書ける

$$\frac{1}{R_1}v_L + \frac{1}{L} \int v_L dt + \frac{v_L - v_C}{R_2} = I_s u(t)$$

$$\frac{v_C - v_L}{R_2} + \frac{1}{R_3}v_C + C \frac{dv_C}{dt} = 0$$

上式をラプラス変換すると

$$\frac{1}{R_1}V_L(s) + \frac{1}{L} \left(\frac{V_L(s)}{s} + \frac{1}{s} \int v_L(t) dt \Big|_{t=0} \right) + \frac{V_L(s) - V_C(s)}{R_2} = \frac{I_s}{s}$$

$$\frac{V_C(s) - V_L(s)}{R_2} + \frac{1}{R_3}V_C(s) + C(sV_C(s) - v_C(0)) = 0$$

初期条件を考慮して、具体的な数値を代入して、行列形式で表現すると

$$\begin{bmatrix} 2 + 1/s & -1 \\ -1 & 2 + s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_L(s) \\ V_C(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/s \\ 0 \end{bmatrix}$$

$V_L(s)$ 、 $V_C(s)$ について解くと

$$V_L(s) = \frac{s+2}{(s+1)^2} = \frac{(s+1)+1}{(s+1)^2} = \frac{1}{s+1} + \frac{1}{(s+1)^2}$$

$$V_C(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$$

$V_L(s)$ 、 $V_C(s)$ をラプラス逆変換すると

$$v_L(t) = e^{-t} + te^{-t} = (1+t)e^{-t} \text{ [V]}$$

$$v_C(t) = te^{-t} \text{ [V]}$$