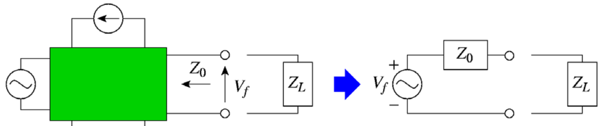
等価電源の定理

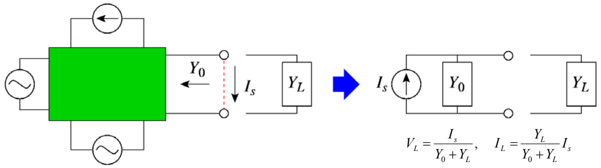
テブナンの定理



$$I_L=\frac{V_f}{Z_0+Z_L},\quad V_L=\frac{Z_L}{Z_0+Z_L}V_f$$

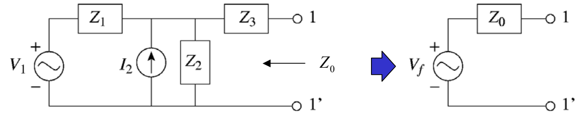
双対な法則

ノルトンの定理



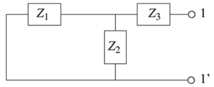
$$V_L=\frac{I_s}{Y_0+Y_L},\quad I_L=\frac{Y_L}{Y_0+Y_L}I_s$$

例) 図の端子 1-1' から見たテブナン等価回路を作る



内部インピーダンスの計算

(電圧源は短絡、電流源は開放)

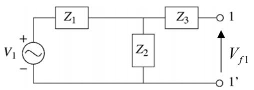


$$Z_0=Z_3+(Z_1 /\!/ Z_2)=Z_3+\frac{Z_1Z_2}{Z_1+Z_2}$$

$$=\frac{Z_1Z_2+Z_2Z_3+Z_3Z_1}{Z_1+Z_2}$$

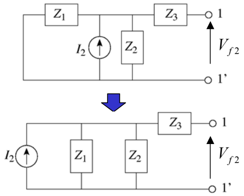
開放電圧の計算

・V_1 のみがある場合



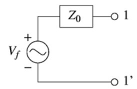
$$V_{f1}=\frac{Z_2}{Z_1+Z_2}V_1$$

・I_2 のみがある場合



$$V_{f2}=(Z_1 /\!/ Z_2)I_2=\frac{Z_1Z_2}{Z_1+Z_2}I_2$$

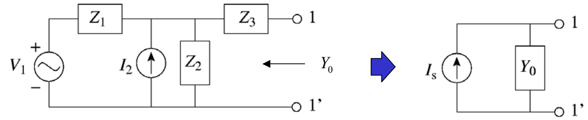
テブナン等価回路



$$Z_0=\frac{Z_1Z_2+Z_2Z_3+Z_3Z_1}{Z_1+Z_2}$$

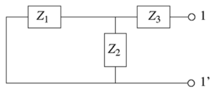
$$V_f=V_{f1}+V_{f2}=\frac{Z_2(V_1+Z_1I_2)}{Z_1+Z_2}$$

例) 図の端子 1-1' から見たノルトン等価回路を作る



内部アドミタンスの計算

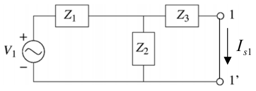
(電圧源は短絡、電流源は開放)



$$Y_0=Y_3 /\!/ (Y_1+Y_2)=\frac{(Y_1+Y_2)Y_3}{Y_1+Y_2+Y_3}=\frac{Z_1+Z_2}{Z_1Z_2+Z_2Z_3+Z_3Z_1}$$

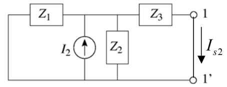
短絡電流の計算

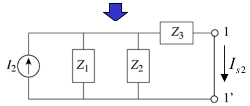
・V_1 のみがある場合



$$I_{s1} = \frac{V_1}{Z_1 + (Z_2 // Z_3)} \cdot \frac{1/Z_3}{1/Z_2 + 1/Z_3}$$
$$= \frac{(Z_2 + Z_3)V_1}{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1} \cdot \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3}$$
$$= \frac{Z_2V_1}{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1}$$

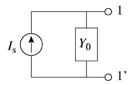
・I_2 のみがある場合





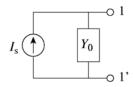
$$I_{s1} = \frac{1/Z_3}{1/Z_1 + 1/Z_2 + 1/Z_3}$$
$$= \frac{Z_1Z_2}{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1} I_2$$

ノルトン等価回路



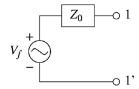
$$Y_0 = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1}$$
$$I_s = I_{s1} + I_{s2} = \frac{Z_2(V_1 + Z_1I_2)}{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1}$$

ノルトン等価回路



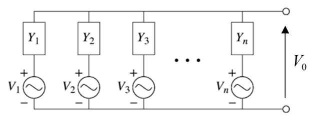
$$Y_0 = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1}$$
$$I_s = I_{s1} + I_{s2} = \frac{Z_2(V_1 + Z_1I_2)}{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1}$$

テブナン等価回路を求める



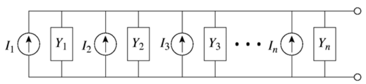
$$Z_0 = (Y_0)^{-1} = \frac{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1}{Z_1 + Z_2}$$
$$V_f = \frac{I_s}{Y_0} = \frac{Z_2(V_1 + Z_1I_2)}{Z_1 + Z_2}$$

ミルマンの定理

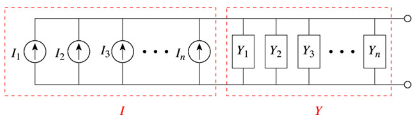


$$V_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_iV_i}{\sum_{i=1}^{n} Y_i}$$

ノルトンの定理

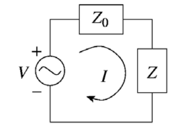


$$I_i = Y_iV_i$$

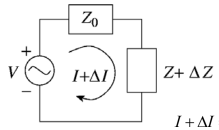


$$I = \sum_{i=1}^{n} Y_iV_i$$
$$Y = \sum_{i=1}^{n} Y_i$$
$$V_0 = \frac{I}{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_iV_i}{\sum_{i=1}^{n} Y_i}$$

補償定理 (素子の変化による影響を調べるのに有用)

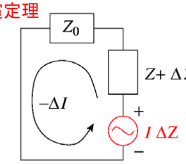


$Z \longrightarrow Z + \Delta Z$



$$I = \frac{V}{Z_0 + Z}$$
$$I + \Delta I = \frac{V}{Z_0 + Z + \Delta Z}$$

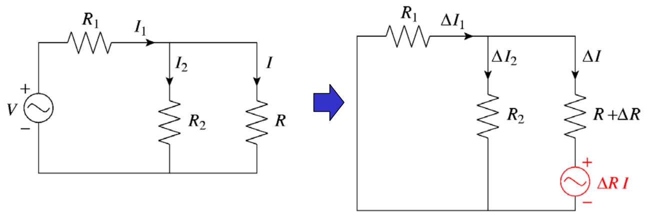
補償定理



$$I + \Delta I = \frac{V}{Z_0 + Z} - \frac{V\Delta Z}{(Z_0 + Z)\{Z_0 + Z + \Delta Z\}}$$
$$= \frac{Z_0 + Z}{(Z_0 + Z)\{Z_0 + Z + \Delta Z\}} V$$
$$= \frac{V}{Z_0 + Z + \Delta Z}$$

$$-\Delta I = \frac{I\Delta Z}{Z_0 + (Z + \Delta Z)} = \frac{V\Delta Z}{(Z_0 + Z)\{Z_0 + (Z + \Delta Z)\}}$$

例) 以下の回路の R を $R+\Delta R$ に変化させたときの電流変化 ΔI を求めよ



$$I=\frac{V}{R_1+(R_2\,//\,R)}\cdot\frac{1/R}{1/R_2+1/R}=\frac{R_2V}{R_1R_2+R_2R+RR_1}$$

$$\Delta I=-\frac{\Delta RI}{(R+\Delta R)+(R_1\,//\,R_2)}=-\frac{(R_1+R_2)\Delta R}{(R+\Delta R)(R_1+R_2)+R_1R_2}I$$

$$\Delta I_1=\frac{1/R_1}{1/R_1+1/R_2}\Delta I=-\frac{R_2\Delta R}{(R+\Delta R)(R_1+R_2)+R_1R_2}I$$

$$\Delta I_2=\frac{1/R_2}{1/R_1+1/R_2}\Delta I=-\frac{R_1\Delta R}{(R+\Delta R)(R_1+R_2)+R_1R_2}I$$

$R_1=3\ \Omega$, $R_2=6\ \Omega$, $R=2\,\Omega$, $V=12\,\mathrm{V}$, $\Delta R=-1\,\Omega$ のとき，この結果を確かめる

$R=2\,\Omega$ のとき

$$I=\frac{12}{(3\,//\,6)+2}=\frac{12}{4}=3\,\mathrm{A}\qquad I_1=\frac{1/3}{1/3+1/6}I=2\,\mathrm{A}\qquad I_2=\frac{1/6}{1/3+1/6}I=1\,\mathrm{A}$$

$R=2-1=1\,\Omega$ のとき

$$I=\frac{12}{(3\,//\,6)+1}=\frac{12}{3}=4\,\mathrm{A}\qquad I_1=\frac{1/3}{1/3+1/6}I=\frac{8}{3}\,\mathrm{A}\qquad I_2=\frac{1/6}{1/3+1/6}I=\frac{4}{3}\,\mathrm{A}$$

以上より

$$\Delta I=4-3=1\,\mathrm{A},\quad \Delta I_1=\frac{8}{3}-2=\frac{2}{3}\,\mathrm{A},\quad \Delta I_2=\frac{4}{3}-1=\frac{1}{3}\,\mathrm{A}$$

一方、補償定理より

$$\Delta I=-\frac{(R_1+R_2)\Delta R}{(R+\Delta R)(R_1+R_2)+R_1R_2}I=-\frac{(3+6)\cdot(-1)}{(2-1)(3+6)+3\cdot 6}\cdot 3=\frac{9}{27}\cdot 3=1\,\mathrm{A}$$

$$\Delta I_1=\frac{1/R_1}{1/R_1+1/R_2}\Delta I=\frac{R_2}{R_1+R_2}\Delta I=\frac{6}{3+6}\cdot 1=\frac{2}{3}\,\mathrm{A}$$

$$\Delta I_2=\frac{1/R_2}{1/R_1+1/R_2}\Delta I=\frac{R_1}{R_1+R_2}\Delta I=\frac{3}{3+6}\cdot 1=\frac{1}{3}\,\mathrm{A}$$