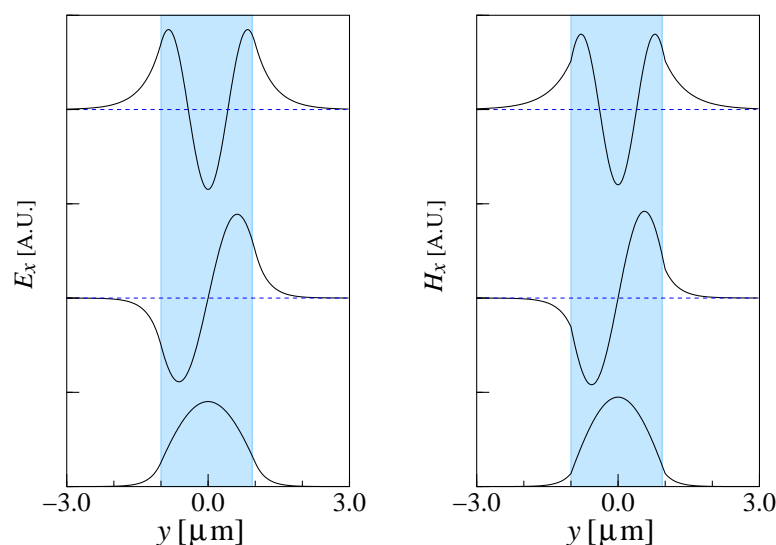


課題 12 三層スラブ導波路内の電磁界分布

課題 11 の構造に対して，TE および TM 導波モードの電磁界分布をグラフにする．

(グラフの例)



(ヒント)

TE/TM モードを统一的に扱うため固有値方程式を以下のように書き換える．

$$\kappa a = \frac{m\pi}{2} + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{p_s \xi}{p_f \kappa} \right) + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{p_c \sigma}{p_f \kappa} \right) \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (1)$$

境界条件は，TE モードに対して E_x ， H_y の連続性，TM モードに対して H_x ， E_y の連続性を考えれば良く，统一的に以下のように書くことができる．

$$\phi(y) \text{ が連続,} \quad p \frac{\partial \phi(y)}{\partial y} \text{ が連続}$$

$x = a$ の境界条件より

$$A \exp(-\sigma a) = B \cos(\kappa a) + C \sin(\kappa a) \quad (2)$$

$$-p_c \sigma A \exp(-\sigma a) = p_f \kappa \{-B \sin(\kappa a) + C \cos(\kappa a)\} \quad (3)$$

$x = -a$ の境界条件より

$$D \exp(-\xi a) = B \cos(\kappa a) - C \sin(\kappa a) \quad (4)$$

$$p_s \xi D \exp(-\xi a) = p_f \kappa \{B \sin(\kappa a) + C \cos(\kappa a)\} \quad (5)$$

が得られ，これらを解くことで

$$B = A (p_f \kappa \cos(\kappa a) + p_c \sigma \sin(\kappa a)) \exp(-\sigma a) / (p_f \kappa) \quad (6)$$

$$C = A (p_f \kappa \sin(\kappa a) - p_c \sigma \cos(\kappa a)) \exp(-\sigma a) / (p_f \kappa) \quad (7)$$

$$D = (B \cos(\kappa a) - C \sin(\kappa a)) \exp(\xi a) \quad (8)$$

を得る．線形媒質を扱っているときの電磁界の振幅には任意性があるため，以下の量が 1 となるような規格化を行う．

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} p |\phi(y)|^2 dy = \frac{p_c}{2\sigma} \exp(-2\sigma a) A^2 + p_f \left((B^2 + C^2) a + \frac{B^2 - C^2}{2\kappa} \sin(2\kappa a) \right) + \frac{p_s}{2\xi} \exp(-2\xi a) D^2 \quad (9)$$

具体的には， $A = 1$ と仮定して式 (6) ~ (9) の量を計算し， A, B, C, D を \sqrt{P} で割ることで，規格化された A, B, C, D を求めることができる．