課題 11　3 層スラブ導波路の固有モード

図 11.1 に示すような三層スラブ導波路を考える．コアの屈折率 $n_f = 1.5$，クラッドの屈折率 $n_c = n_s = 1.0$，導波路幅 $W = 2a = 2\ \mu$m，動作波長 $\lambda = 1.55\ \mu$m とするとき，伝搬可能な TE モードの実効屈折率を全て求めよ．

(実行例)

```
# ./no11.out
neff = 1.45824577
neff = 1.33088692
neff = 1.12737576
```

(ヒント)

x 方向には界の変化がなく，z 方向に光波が伝搬定数 β で伝搬するものとすると，周波数領域でのマクスウェル方程式より，TE モード，TM モードに対して以下の式を得る．

- TE モード

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_z}{\partial y} + j\beta H_y &= j\omega\varepsilon_0 n^2 E_x \\ -j\beta E_x &= -j\omega\mu_0 H_y \\ -\frac{\partial E_x}{\partial y} &= -j\omega\mu_0 H_z\end{aligned}$$

- TM モード

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_z}{\partial y} + j\beta E_y &= -j\omega\mu_0 H_x \\ -j\beta H_x &= j\omega\varepsilon_0 n^2 E_y \\ -\frac{\partial H_x}{\partial y} &= j\omega\varepsilon_0 n^2 E_z\end{aligned}$$

これらの式をまとめると，以下のヘルムホルツ方程式を得る．

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(p\frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + (k_0^2 q - \beta^2)\phi = 0 \tag{1}$$

ここに p，q，ϕ は TE モード，TM モードの場合に対してそれぞれ以下のように与えられる．

$$\begin{aligned}p = 1,\ \ q = n^2,\ \ ,\phi = E_x &\qquad \text{for TE mode} \\ p = 1/n^2,\ \ q = 1,\ \ ,\phi = H_x &\qquad \text{for TM mode}\end{aligned}$$

各層内では屈折率は一定であるので，式 (1) の解は以下の様に表現される．

$$\begin{aligned}\phi(y) &= A\exp(-\sigma y) &\qquad \text{領域 1} \\ \phi(y) &= B\cos(\kappa y) + C\sin(\kappa y) &\qquad \text{領域 2} \\ \phi(y) &= D\exp(\xi y) &\qquad \text{領域 3}\end{aligned}$$

ここに σ，κ，ξ はそれぞれ以下の式で与えられる．

$$\sigma = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_c^2},\quad \kappa = \sqrt{k_0^2 n_f^2 - \beta^2},\quad \xi = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_s^2}$$

媒質境界での境界条件を考慮すると，最終的に，TE モードに対しては以下の固有値方程式を得る．

$$\kappa a = \frac{m\pi}{2} + \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{\xi}{\kappa}\right) + \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{\sigma}{\kappa}\right) \qquad (m = 0, 1, 2, \cdots) \tag{2}$$

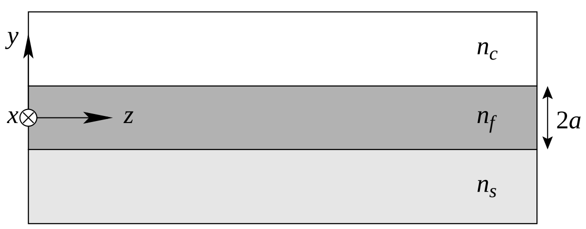

図 11.1 三層スラブ導波路