課題 10　1 次元光パルスの時間発展

x, y 方向に均質な媒質中を z 方向に伝搬する光波を考える．マクスウェル方程式より $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$ を仮定すると，x 偏波の光波に対して以下の連立微分方程式が得られる．

$$\epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} = -\frac{\partial H_y}{\partial z} \tag{1}$$

$$\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{\partial E_x}{\partial z} \tag{2}$$

式 (1),(2) を解くために，図 10.1 のような離散化を行い，式 (1),(2) を以下のような差分式に変形する．

$$\epsilon \frac{E_x^{(n+1)}(k) - E_x^{(n)}(k)}{\Delta t} = \frac{H_y^{(n+1/2)}\left(k+\frac{1}{2}\right) - H_y^{(n+1/2)}\left(k-\frac{1}{2}\right)}{\Delta z} \tag{3}$$

$$\mu \frac{H_y^{(n+1/2)}\left(k+\frac{1}{2}\right) - H_y^{(n-1/2)}\left(k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta t} = -\frac{E_x^{(n)}(k+1) - E_x^{(n)}(k)}{\Delta z} \tag{4}$$

E_x, H_y に対する初期解を時刻 $t = 0$ で

$$E_x(z, t=0) = \mathrm{Re}\left\{\exp\left[-\frac{(z-z_0)^2}{a^2}\right]\exp(-j\beta z)\right\} \tag{5}$$

$$H_y(z, t=0) = \mathrm{Re}\left\{\frac{1}{Z_0}\exp\left[-\frac{(z-z_0)^2}{a^2}\right]\exp(-j\beta z)\right\} \tag{6}$$

であるものとして，その後のパルスの時間発展を計算せよ．

ただし，計算に用いるパラメータは以下のようにする．空間パルス幅 $a = 10\ \mu$m，入射位置 $z_0 = 30\ \mu$m，z 方向の解析領域サイズ $0 < z < 150\ \mu$m，解析時間範囲 $0 < t < 300$ fs，空間刻み幅 $\Delta z = 0.05\ \mu$m，時間刻み幅 $\Delta t = 0.1$ fs，動作波長 $\lambda = 1.55\ \mu$m．

真空中を伝搬するパルスの解析結果を図 10.2 に示す．パルスの中心の移動速度は約 3.0×10^8 m/s となっていることが確認される．同じ結果が得られるか，さらに，媒質の比誘電率を $\epsilon_r > 1$ の場合にパルスの速度がどうなるかも計算で確認する．

次に，$z > 75\ \mu$m の領域を比誘電率 $\epsilon_r = 2.25$ の誘電体で満たした場合の計算結果を図 10.3 に示す．媒質境界面からの光の反射が見られる．このときの反射係数は 0.2 であり，フレネル係数から計算される値と一致している．また，誘電体中ではパルスの速度が遅くなっていることが確認される．同様の結果が媒質定数を変えたときに得られるかも確認せよ．

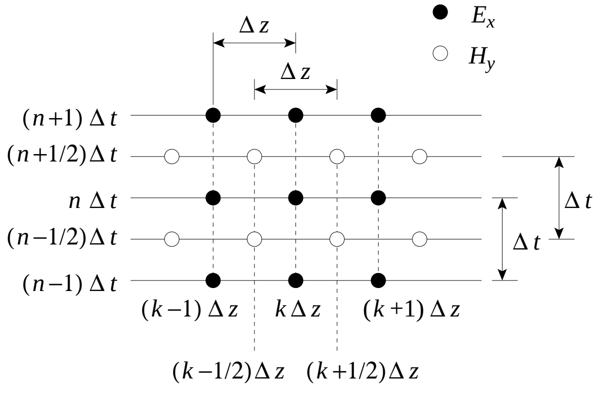

図 10.1 電磁界の離散化

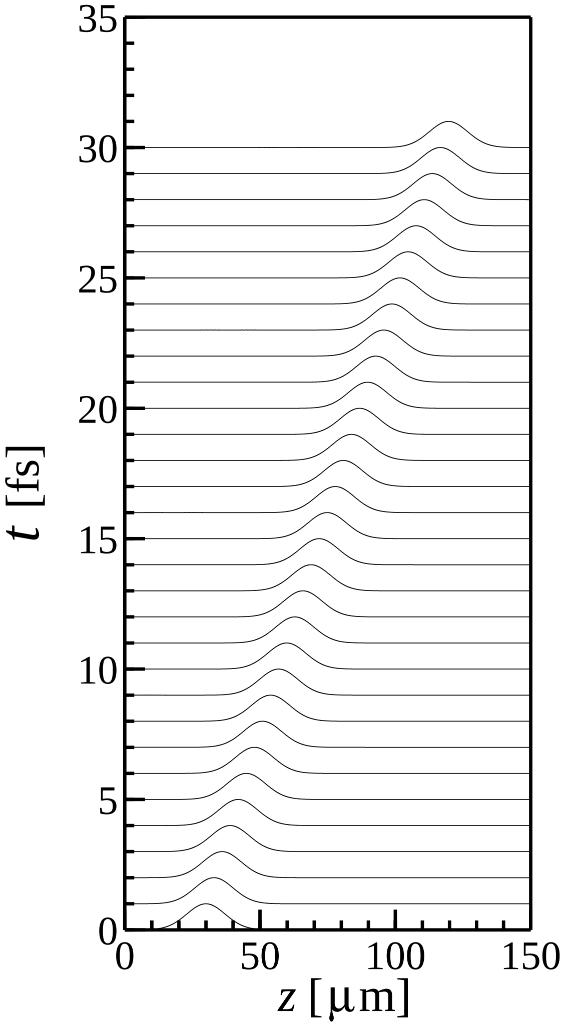

図 10.2 一様媒質中の伝搬波形

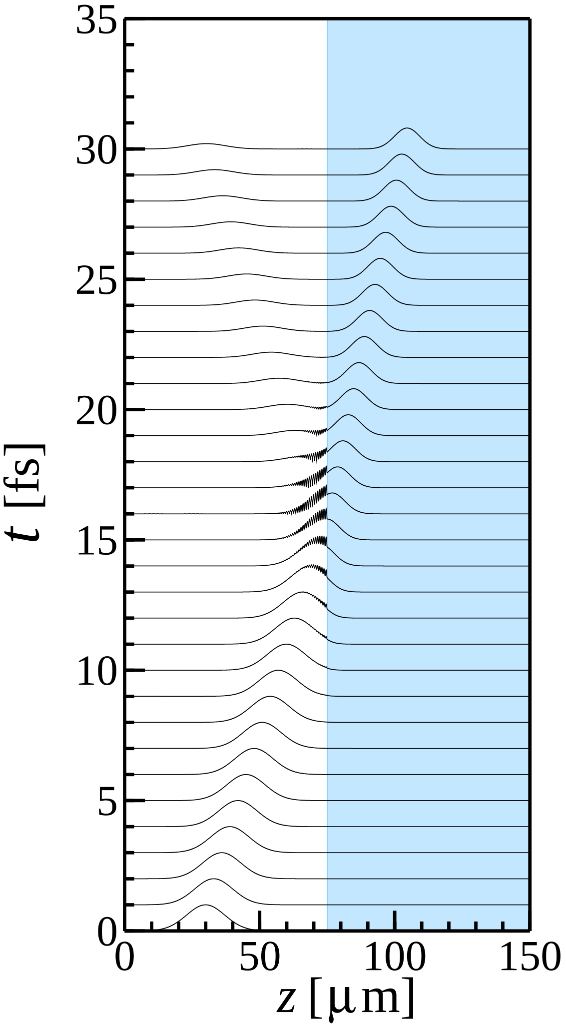

図 10.3 媒質境界からの反射の様子