課題 8　RL 直列回路の過渡現象解析

図 8.1 に示すような RL 直列回路を考える．時刻 $t < 0$ でスイッチが OFF で回路に電流が流れていないものとし，時刻 $t = 0$ でスイッチが ON になった後の回路に流れる電流を差分法を用いて求めよ．また，解析的に解を求め差分法による結果と比較せよ．

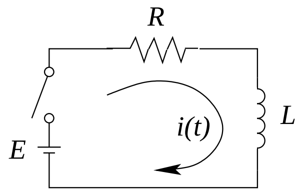
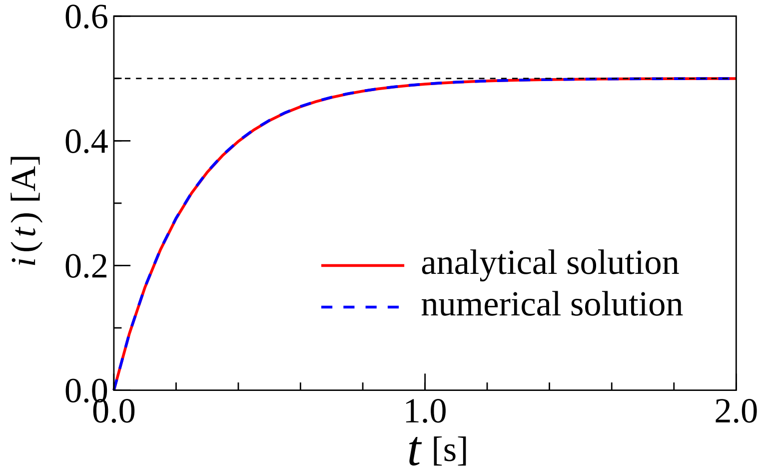


図 8.1 RL 直列回路
($R = 2\ \Omega$, $L = 0.5$ H, $E = 1$ V)

(結果のグラフ)



(ヒント)

- 差分法の時間刻み幅を Δt として，第 n 計算ステップの時刻 t_n を $t_n = n\Delta t$ とし，時刻 $n\Delta t$ での電流を $i_n = i(t_n)$ と表す．このとき，時刻 t_n と t_{n+1} の間で，差分式は以下のように書くことができる．

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{i_{n+1} - i_n}{\Delta t}$$
$$i(t) = \theta i_{n+1} + (1-\theta) i_n$$

  ここで，$theta = 1$ は後退差分，$\theta = 0$ は前進差分，$\theta = 0.5$ はクランク・ニコルソン法に対応し，$\theta \geq 0.5$ のときに解は無条件安定になる．

- 回路の方程式は $t \geq 0$ に対して以下の式で与えられる

$$L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = E$$

- 回路の方程式を差分化すると，i_{n+1} を i_n を用いて書き表すことができる．したがって，初期電流 $i_0 = 0$ A を与えると，i_1 が求まり，同様にして電流の時間発展を求めることができる．